

Ideas generales acerca de la Didáctica de la Matemática Elemental

JUAN A. VIEDMA CASTAÑO

Como expresamos en el título, el objeto del presente artículo es dar unas ideas generales acerca de los modos de enseñar la Matemática elemental.

Cuando se trata de exponer "generalidades" es casi seguro que todo lo que se diga ha sido ya dicho en múltiples ocasiones; sin embargo, nos encontramos ante un problema del que se ha escrito mucho y bueno, sobre todo en el extranjero, y que a pesar de ello sigue sin resolver prácticamente en la mayoría de los casos.

En lo que sigue trataremos de presentar el estado actual de la Didáctica matemática, dando idea de lo que ocurre en el extranjero y en nuestra patria. Después aportaremos algunos resultados deducidos de nuestra experiencia de cinco años en el Instituto de Enseñanza Media de Baeza.

SÍNTESIS HISTÓRICA

Antes de analizar el problema de la Didáctica de la Matemática elemental queremos presentar una síntesis de la Historia de la Matemática misma, *pues ello nos servirá de apoyo en nuestro caminar hacia la meta del mejor modo de enseñarla*. Como éste es nuestro propósito exclusivo, al realizar esta síntesis queremos presentar de "golpe", en muy poco espacio, las líneas generales de la evolución de la génesis de la Matemática, prescindiendo de detalles que, además de que no serían utilizados, enturbiarían el efecto que perseguimos.

Empezaremos resolviendo el siguiente interrogante: ¿cuándo empieza o tiene origen la ciencia matemática? Si nos atenemos al sentido estricto de la palabra, la Matemática como ciencia sólo empieza a

existir con la cultura helénica. Sin embargo, esto no significa que antes no se conociese nada acerca de los números y las figuras geométricas, sino simplemente que los conocimientos que se tenían eran aislados, de naturaleza empírica y sin ninguna conexión lógica que les confiriese la categoría de ciencia. Así, por ejemplo, en los grabados existentes en los monumentos egipcios se representan figuras que indican el conocimiento de algunas propiedades geométricas simples y aun mecánicas. Pero, repetimos, la organización lógica de estos conocimientos, haciéndolos depender unos de otros y deduciendo el conocimiento de unos a partir del de otros, fué obra de los griegos.

Este fué su gran descubrimiento, y, sin duda alguna, el descubrimiento magno de la historia de la cultura. Antes de este período el hombre sólo conocía verdades particulares, que obtenía de un modo empírico o intuitivo, y apenas si usaba la facultad de razonar; desconocía en cierto modo toda la potencia de su espíritu. Por esto cuando los griegos descubrieron la Geometría puede decirse que hallaron un poder, hasta entonces oculto, de nuestras actividades mentales: el poder de razonar, la potencia de establecer relaciones entre conocimientos ya existentes para obtener de una manera segura nuevos conocimientos.

De todo este desarrollo la cuestión que más interesa, desde nuestro punto de vista didáctico, es la siguiente: ¿cómo llegaron los griegos a su gran descubrimiento? Por un privilegio especial, los helenos llegaron a un desarrollo cultural tan elevado que en ellos nació la necesidad de reflexionar sobre los objetos del mundo (Cosmología) y sobre las cualidades íntimas de su propio ser (Antropología).

En este estado de cosas pudieron realizar el gran esfuerzo de abstraer de los hechos corrientes unas relaciones simples entre seres creados por su espíritu, bien con el auxilio de la experiencia sensible, bien porque formen parte del espíritu mismo (éstas son cuestiones que nos sacarían de nuestro objeto).

Estas relaciones, combinándose entre sí por diversas actividades mentales, como son la intuición sensible e intelectual, dieron lugar al magnífico edificio de la geometría euclídea, que nos fué legada en los famosos *Elementos*, de Euclides, cuya difusión fué supe-

Don JUAN ANTONIO VIEDMA CASTAÑO, licenciado en Ciencias matemáticas, expone en el presente artículo el estado actual de la Didáctica matemática tanto en países extranjeros como en España. En la segunda parte, que publicaremos en nuestro número próximo, aporta los resultados de su experiencia docente de cinco cursos en el Instituto de Enseñanza Media de Baeza.

rior a la de cualquier otro libro, exceptuando la Biblia, y que aún se explican en algunos gimnasios ingleses.

El efecto producido por este descubrimiento fué inmenso. Los espíritus selectos adquirieron una confianza plena en este modo de investigar, que les conducía, verdad sobre verdad, al conocimiento total del edificio geométrico. Sin embargo, por lo que a metodología se refiere, conviene hacer notar, y esto es muy importante, que los conocimientos no se presentaban naturalmente, como aparecen en los famosos *Elementos*, sino que tal organización se debe a un afán de reducir todo el cuerpo de doctrina a un corto número de verdades fundamentales, de las cuales se dedujesen todas las demás por medio de combinaciones efectuadas en nuestro espíritu según las reglas de su normal funcionamiento.

Dado el primer paso en el descubrimiento de la Geometría, la Matemática se diferencia claramente de las demás ciencias; adquiere la categoría de ciencia fundamental, y las demás aspiran a construirse según sus moldes deductivos, en que cada verdad aparece como una relación necesaria entre las verdades fundamentales o postulados.

La diferencia esencial que siempre separará a la Matemática de las demás ciencias es la siguiente: mientras que en ella los postulados son relaciones convencionales (aunque su origen sea real) entre los seres abstractos creados por nuestro espíritu, en éstas los postulados tienen la categoría de hipótesis generales hechas para explicar la naturaleza del mundo, y que no pueden considerarse como definitivas, ya que en el mejor de los casos, de ser de origen experimental, no están exentas de error.

Sigamos adelante en nuestro desarrollo histórico de la Matemática, que ya no se saldrá de sus moldes euclídeos, sino que ya está perfectamente delimitada. Para Platón, por ejemplo, los números son seres abstractos; tan abstractos como puedan serlo para un matemático actual, aunque éste tenga un conocimiento más perfecto de ellos.

La matemática griega se inicia en Tales de Mileto (siglo v a. de J.), continúa con Pitágoras y su escuela y culmina con Euclides, Apolonio y Arquímedes, siendo este último el más grande de los matemáticos griegos y una de las primeras figuras intelectuales de la Humanidad. Lo fundamental de este período se halla recopilado en los *Elementos* ya citados, cuyo autor, Euclides, es sin duda alguna el mayor sistematizador que nos presenta la Historia. En cambio, Arquímedes aparece como un investigador de primera fila, que se ocupó de problemas tan difíciles que no cabe por menos de sentirse profunda admiración ante la finura de su espíritu, que sin poseer el instrumento del *cálculo infinitesimal* resolvió cuestiones relativas a la cuadratura y curvatura de superficies y cuerpos curvos. La manera de presentar sus investigaciones es generalmente la genética, por lo cual presenta para nosotros el máximo interés desde nuestro punto de vista didáctico, pues es una fuente admirable para estudiar los íntimos procesos psicológicos de la creación matemática, que deben reproducirse en la marcha de todo buen aprendizaje.

A este esplendor, alcanzado en un período relativamente corto de tiempo, sigue la decadencia, que se

acentuó cada vez más con el predominio de Roma.

El período comprendido entre las Edades Antigua y Media es de una pobreza científica enorme. Sólo hay que señalar el descubrimiento de la numeración por los indios y los primeros trabajos sobre Algebra (ya iniciada por Diofanto), debidos a los árabes. El Renacimiento marca de nuevo una época creadora. La lectura de las obras griegas transmitidas por los árabes y por Roma produce en los espíritus selectos un afán de renovación y un ansia desmedida por el conocimiento de la Naturaleza.

En este período se desarrolla el Algebra, la Mecánica y se inician las demás ciencias físicas. Son dignos de recordar los nombres de los italianos Tartaglia, Cardano, Ferrari y sobre todo Galileo.

El Algebra se organiza científicamente con el francés Viète y el alemán Stiefel.

En el siglo xvii surge una serie de descubrimientos que supera realmente a la matemática griega; se trata de la geometría analítica, iniciada por Descartes y Fermat, y del cálculo infinitesimal, debido a Newton y Leibniz. A partir de este momento, la Matemática progresará con una fecundidad insospechada. La conjunción de métodos de la geometría analítica es una especie de lente de aumento que permitirá divisar y desarrollar una serie de teorías fecundísimas, y sobre todo dar mayor generalidad a las leyes. En cuanto al cálculo infinitesimal, dominando el continuo, se convierte en el instrumento inseparable de las ciencias físicas.

Notemos la característica del interés: estos hombres avanzaban guiados por el entusiasmo que para ellos constituía el poder dar forma matemática a sus descubrimientos físicos, el encuadrar el mundo exterior en fórmulas matemáticas.

Esta tendencia se acentúa aún más en el siglo xviii, llamado el siglo de oro de la Matemática, en el que por el uso de los métodos cartesianos e infinitesimales se desarrollan las teorías de las curvas y las superficies, las ecuaciones diferenciales, la Mecánica, la Astronomía y diversas ramas de la Física. Como nuestro objeto no es desarrollar una historia de la Matemática, sino hacer un esquema simple de ella que nos sirva de apoyo para la metodología, no citaremos los nombres de todos los matemáticos con sus respectivas contribuciones, pues ello alargaría nuestro trabajo.

Como resumen sólo notaremos que el interés que conduce a los hombres de ciencia al estudio de la Matemática es el conocimiento de las ciencias de la Naturaleza.

En el siglo xix las cosas cambian totalmente. Quizá como consecuencia del espíritu romántico de este siglo, la Matemática se eleva y sublima de tal forma que sus cultivadores se entregan a ella por sí misma, sin preocuparse en modo alguno de las posibles aplicaciones ulteriores. El ideal de los matemáticos de este siglo se puede sintetizar en la conocida frase de Abel: "Estudiar matemáticas por el honor del espíritu humano." La Matemática aplicada queda relegada a segundo término, y surgen las teorías más abstractas y bellas que registra la Historia: las geometrías no euclidianas, las funciones de variable compleja, la teoría de grupos de Galois, el álgebra moderna y otras tantas creaciones son muestras de la fecundidad de este siglo, que nadie que sienta el estudio de la Mate-

mática puede dejar de recordar con admiración y simpatía. Es el siglo de las grandes creaciones de la Matemática pura. En él puede establecer Grassman, en su original obra *Teoría de la extensión*, un concepto de matemática pura que no resistimos a la tentación de transcribir aquí.

Dice así: "La división primera de todas las ciencias las clasifica en reales y formales; las primeras son aquellas que reproducen en el pensamiento un ser que es independiente al pensamiento, y su verdad reside en la coincidencia del pensamiento con el ser; en cambio, las segundas tienen por objeto lo formado por el pensamiento, y su verdad reside en la concordancia de los dos procesos mentales entre sí. Las ciencias formales estudian, ya sea las leyes generales del pensar, ya sea lo particular engendrado por el pensamiento. Lo primero corresponde a la Lógica; lo último, a la Matemática. Las matemáticas puras son, por tanto, la ciencia del ser particular engendrado por el pensamiento. Al ser particular concebido en este sentido lo llamaremos forma del pensamiento o simplemente forma." LAS MATEMÁTICAS SON, POR CONSIGUIENTE, LA TEORÍA DE LAS FORMAS.

En esta definición se descubren perfectamente los caracteres esenciales de la matemática pura, como una especulación de nuestro espíritu sobre seres creados por él mismo. Notemos finalmente otra característica de la Matemática de finales de este siglo. Se trata de la revisión de los fundamentos, que da lugar a los estudios sobre Axiomática y Logística. La época final se caracteriza por un afán creciente de sistematizar y dar solidez a los conocimientos existentes. Los matemáticos alemanes, por ejemplo, nos presentan obras tan perfectas que más parecen de dioses que de hombres. Cuando se llega a calar la armonía y la belleza de estas impecables construcciones, se comprende en toda su extensión el ideal de Abel.

Resumiendo: *La Matemática ha ido creciendo mediante un proceso de abstracción continuado, alejándose cada vez más de los problemas concretos que le dieron origen y convirtiéndose en una de las manifestaciones superiores de la cultura.*

Visto este rapidísimo esquema que nos hemos tomado la libertad de trazar para referirnos a él, pasamos al desarrollo de la Didáctica.

LA TRADICIÓN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Antes de desarrollar este punto haremos una distinción fundamental: se trata de aclarar el sentido de los términos "método" y "modo". En muchas ocasiones dichos términos aparecen confundidos, y es conveniente saber distinguirlos.

El método se refiere a la estructuración de la materia que se va a enseñar. En este sentido, Euclides es el gran "metodizador" de la Matemática elemental. El supo elegir los materiales fundamentales y estructurarlos según una arquitectura lógica perfecta. El método se refiere, pues, a la elección y ordenación de los materiales de la enseñanza, eligiendo los caminos más correctos y elegantes para ligar y coordinar entre sí todos los hechos que componen la materia. Cuando se habla, por ejemplo, del método inductivo y del deductivo o axiomático, se quiere indicar que la mate-

ría ha sido presentada yendo de lo particular a lo general o viceversa. En realidad, dichos métodos aparecen fundidos en casi todas las obras de matemáticas.

El "modo" se refiere a la manera de presentar la materia al alumno. Es bien sabido que aun siguiendo un mismo texto la presentación que hacen distintos profesores de un mismo tema suele ser también distinta.

El modo responde a la necesidad de dirigir la actividad del alumno por aquellos caminos que le preparen mejor y le hagan comprender fielmente el contenido de la explicación. Todo "modo" tiene que estar inspirado en un profundo conocimiento de las posibilidades y necesidades de los alumnos, lo mismo que todo método tiene que partir de un conocimiento total y profundo de la materia que se trata de organizar. El mejor modo será aquel que mejor se adapte a los mecanismos y procesos psicológicos del alumno durante el aprendizaje. Esto requiere un estudio atento de dichos procesos, con el fin de utilizar "modos" de gran fuerza de asimilación. Dicho estudio está bastante adelantado por parte de la Psicología experimental, y es necesario recurrir a sus resultados y utilizar sus métodos de investigación si se quiere llegar poco a poco a conclusiones firmes relativas al mejor "modo".

Hasta ahora puede decirse que, sobre todo en España, todo lo que se ha hecho en este sentido ha sido particular y casi siempre partiendo de una base intuitiva, que cuando procede de un espíritu fino suele ser bastante acertada; pero, por desgracia, no ocurre así siempre. Baste recordar, por ejemplo, el tipo de "pedagogos" que opinan (sin más ni más) que un buen "modo" es el de campeonato, es decir, aquel en que los alumnos entablan una competencia de velocidad siguiendo ciertos procesos mecánicos mediante reglas aprendidas rutinariamente. No creo que sea necesario refutar semejante disparate, que sólo se da en algunos colegios privados.

Nuestra tarea fundamental al redactar este artículo es la de encontrar un "modo" que se adapte bien a las posibilidades del alumno.

Antes de proponer nuestro punto de vista queremos pasar revista a la tradición de la Didáctica matemática, y con el fin de comprender bien sus errores y sentar las bases sobre las que ha de edificarse un buen "modo", daremos un resumen de algunos resultados fundamentales de la Psicología pedagógica moderna. Dichos resultados han sido obtenidos principalmente por Thorndike y Eerbinhaus, con métodos rigurosamente experimentales, que aquí no describimos porque ello alargaría excesivamente este artículo. Pueden verse en cualquier libro de Psicología moderna. Por ejemplo, en el capítulo de Psicología pedagógica del libro de Katz, donde se encuentra además la bibliografía fundamental.

• • •

Según estos psicólogos, cuyas experiencias han sido realizadas con animales y grupos de personas, "el organismo al aprender se ve siempre ante una situación problemática, para la cual busca una solución correcta, eliminando reacciones defectuosas o insuficientes y fijando las reacciones adecuadas".

Para Thorndike esto se logra mediante los *trial and*

error, es decir, mediante una serie de pruebas que se van desechando por inadecuadas hasta que se da con la solución correcta. Esta parece ser la conducta, por ejemplo, de un perro que cae en una trampa cuya puerta puede ser abierta desde dentro con un determinado mecanismo.

Sin embargo, los psicólogos de la "forma" opinan de otra manera. Para ellos el aprendizaje se realiza de una forma comprensiva. Es decir, que el organismo capta una serie de elementos y trata de relacionarlos de manera que compongan una solución adecuada.

Un ejemplo aclarará estos dos puntos de vista. Supongamos que se entrega a una persona un mecanismo del cual tenga que separar una determinada pieza que, de momento, se halla obstaculizada en su salida por otras. Según la teoría de los *trial and error*, el sujeto empezaría dando una sucesión de movimientos erróneos al mecanismo hasta encontrar el movimiento adecuado; es decir, el que permite la salida de la pieza. Tal parece ser la conducta de las personas menos inteligentes.

Sin embargo, no parece probable que éste sea el modo simplemente por el cual se llega a la solución, ya que existen mecanismos cuyo número de combinaciones de movimientos es altísimo y, sin embargo, una persona inteligente suele encontrar el resultado a las pocas tentativas.

Es más plausible la explicación de los psicólogos de la forma. Para ellos el sujeto, al enfrentarse con la situación, considera los elementos del mecanismo y trata de "comprender" sus relaciones entre sí. Esto no excluye el que haga pruebas y se equivoque, pero cada vez se va corrigiendo y alcanzando una mayor "comprensión", hasta que logra ver clara la situación completa, y comprenderla, en cuyo caso hace el movimiento adecuado.

Esta parece ser la realidad del aprendizaje, y a ella se atienen la mayoría de los psicólogos modernos.

A poco que se piense sobre esta cuestión se comprende fácilmente que todas las actividades del organismo frente a una situación de aprendizaje están impulsadas por unos *estímulos* que invitan a la vida a apoderarse de una forma comprensiva de la situación. Por ejemplo, el perro preso en la trampa se siente impulsado por su ansia de libertad, por el hambre y en general por su instinto de conservación.

Con el fin de poder referirnos después a los diversos estímulos del aprendizaje, vamos a clasificarlos y a sentar su denominación.

Distinguiremos los siguientes tipos de estímulos:

Primarios	}	Positivos.
		Negativos.
Secundarios	}	Positivos.
		Negativos.

Los estímulos primarios son los que preceden al aprendizaje. Por ejemplo, los premios (estímulos primarios positivos) o los castigos (estímulos primarios negativos).

Como veremos después, según se ha demostrado con los métodos de la Psicología experimental, estos estí-

mulos no son los que dan mayor fuerza al aprendizaje.

Los estímulos secundarios surgen en el curso del aprendizaje. Ellos son los que dan verdadera fuerza para comprender la situación, y se explican psicológicamente así: "Cuando dos elementos de un problema se conectan mediante una determinada relación, esta conexión queda reforzada cuando conduce a un resultado positivo para el organismo" (Thorndike).

A esto hay que añadir que ante los resultados positivos el organismo experimenta una sensación placentera que le impulsa a seguir adelante. Pues bien, a estas fuerzas que aporta la vida ante los aciertos las llamaremos estímulos secundarios positivos.

Por el contrario, ante una conexión que no conduce a un resultado positivo, el organismo experimenta una sensación de disgusto. A estas expresiones de la vida ante el aprendizaje las llamaremos estímulos secundarios negativos. Resumamos ahora las conclusiones a que se ha llegado en Psicología experimental moderna:

Primera. *Tienen más fuerza los estímulos secundarios que los primarios, siendo tarea del pedagogo presentar las cosas de modo que brote el mayor número de estímulos secundarios positivos.* En cuanto a los secundarios negativos, no es aconsejable suprimirlos totalmente, pero sí disminuirlos con el fin de que no surja el desánimo, ya que (y esto está también demostrado) un fracaso predispone para el siguiente y varios fracasos consecutivos pueden conducir al abandono total. Creemos sinceramente que en Matemáticas más que en ninguna otra materia ésta es la causa de la antipatía que hacia ellas siente gran número de alumnos.

Segunda. Los estímulos primarios son absolutamente necesarios, ya que los secundarios sólo se presentan en el curso del aprendizaje y tiene que haber una atención inicial. Sin embargo, hemos de insistir en que los estímulos secundarios de trabajos anteriores influyen como estímulos primarios para trabajos siguientes.

Se ha demostrado también que son preferibles los estímulos positivos a los negativos y que dentro de los positivos cabe elegir multitud de ellos, que serán tanto más eficaces cuanto más ligados estén a la vida instintiva del niño.

Los estímulos del aprendizaje, según el sistema actual de enseñar en España, son casi exclusivamente del tipo de los primarios negativos: se amenaza al alumno con el suspenso (Institutos) o con no salir el domingo (Colegios privados).

Hay algunos colegios en los que se utilizan estímulos primarios positivos de profundas raíces instintivas. De ahí su eficacia, pero a costa de estropear definitivamente la personalidad de los alumnos. Nos referimos al método seguido por algunos centros privados, quizá los de más prestigio en nuestra patria, que ofrecen al alumno la oportunidad de ganar puestos, excitando su instinto de poder a costa del sentido de comunidad. Para los que conozcan la parte de verdad de la Psicología individual de Adler, no quedará oculta la monstruosidad que tal sistema representa para el desarrollo de la personalidad.

Sin embargo, repetimos que hay que confesar que debido a las profundas raíces instintivas de estos es-

tímulos, exacerban extraordinariamente la atención de los alumnos, hasta el extremo de olvidar lo que se trae entre manos ante la idea obsesiva de ganar puestos.

El ofrecer premios del tipo de "bandas de aplicación", etc., nos parece también peligroso, por lo que pueda tener de relación con el sistema anterior.

Los estímulos primarios negativos tienen el inconveniente de colocar al alumno bajo el terror, y si son muy insistentes pueden llegar a producir una aversión total hacia la materia.

Concluimos, pues, y repetimos que:

La materia debe presentarse de modo que brote lo antes posible el mayor número de estímulos secundarios positivos.

En cuanto a los estímulos primarios, hay que situar por encima de todo la persuasión afectuosa. Un alumno puede muy bien obedecer y atender durante algún tiempo a su profesor si éste es un verdadero amigo para él, si llega a quererle. En esta, como en tantas otras ocasiones, es el amor el que vence.

Otra cuestión fundamental para nuestro estudio es la de la retención del aprendizaje. ¿Bajo qué condiciones el material aprendido se retiene con más claridad y durante más tiempo?

Se creyó en un principio que la mejor forma de retener consistía en repetir veces y más veces lo aprendido. Naturalmente, el repetir una cuestión mejora su retención, pero las ventajas que con ello se logran son bastante más limitadas de lo que pudiera creerse a primera vista.

Resumiendo: *La ley de la frecuencia tiene una validez muy limitada.* De aquí se deduce la ventaja de presentar cada representación como un elemento completamente nuevo del aprendizaje.

Finalmente se ha observado que las condiciones físicas de luz, tipo de muebles, etc., influyen también no sólo en el grado de aprendizaje, sino en la retención de lo aprendido. Pero los factores esenciales son de índole psíquica.

Una cosa que sólo se aprendió para salir del paso de un examen o de una pregunta de clase, se olvida rapidísimamente. Esta es la causa de la ineficacia de la enseñanza que se da en muchos centros.

También influye tanto en el aprendizaje como en la retención el grado de intervención que el alumno tenga en el proceso de asimilación. Fija mucho mejor aquellas cosas que realiza él mismo personalmente. Por esto es por lo que generalmente la lección que mejor recuerdan los alumnos es aquella que les fué preguntada.

Para terminar esta introducción psicológica insistiremos en la necesidad de encontrar un "modo" en el que se tengan en cuenta todas estas leyes del aprendizaje, deducidas rigurosamente por la Psicología experimental.

tría lograda por Euclides en sus *Elementos* fué tal, que ha perdurado hasta nuestros días. Resulta increíble que aún hoy día, según nos ha confirmado un estudiante de Oxford, se mantenga en Inglaterra en la enseñanza media una traducción literal de los *Elementos*.

Ya hace observar Klein en su *Matemática elemental desde un punto de vista superior* (en el tomo segundo de Geometría), que dicho libro no fué escrito para niños, sino para filósofos muy habituados a los razonamientos abstractos.

Pues bien, este defecto de presentación se agravó aún más con motivo del afán renovador de los fundamentos del siglo XIX y principios de éste. Se creía que con estructurar una materia de la forma lógica más impecable se resolvía de paso el problema del "modo" de presentarla a los alumnos.

Se olvidó que el investigador generalmente no iba persiguiendo cadenas de teoremas perfectamente deductivas, sino que su actividad se dirigía hacia un hecho matemático que previamente le había interesado. Es después, cuando se conocen los hechos, cuando se piensa en organizarlos con el método deductivo, por ejemplo. Así, pues, las obras impecablemente construídas desde el punto de vista lógico, nos parecen magníficas como depósitos fecundos de hechos matemáticos perfectamente ordenados y fundamentados; pero son ineficaces para presentar al alumno la materia de forma que se cumplan los requisitos del aprendizaje.

Sobre todo en los primeros cursos lo único que se logra con ello son reacciones negativas, que acaban por desanimar por completo al niño.

Ni los *Elementos*, de Euclides, ni otro libro inspirado en ellos nos parecen los más adecuados para enseñar la Matemática, sencillamente porque en ellos se da la materia hecha, ordenada. Sin embargo, no podemos negar el valor formativo que tienen semejantes arquitecturas si se llegan a captar globalmente, cosa que por lo general no ocurre. Por esto proponemos que en los dos últimos cursos se acostumbre a los alumnos a estructurar por su cuenta materiales sueltos con la ayuda del profesor, labor que les resultará mucho más útil.

Durante muchísimo tiempo se ha torturado, y aún se tortura hoy día, a los alumnos con lecciones totalmente fuera de su alcance y sobre todo de sus intereses. No se tenían en cuenta para nada las verdaderas posibilidades de los niños. Sólo se perseguía (aunque no siempre se lograba) presentar los hechos matemáticos de una forma perfectamente rigurosa desde el punto de vista lógico. Se olvidaba que, como hicimos notar en la introducción histórica, el investigador se movía por impulsos vitales debidos a ciertas reacciones placenteras de su organismo.

Dice Laín Entralgo, en su conferencia sobre "El conocimiento científico de don Santiago Ramón y Cajal", que don Santiago sentía una profunda admiración por las cosas y una capacidad aún más grande de admirarse. Inmediatamente después de la admiración viene la interrogación, y llegado a este grado puede decirse con Martin Heidegger que se ha llegado a "la forma más cimera del conocimiento". Hay, pues, que empezar por despertar la admiración del alumno para que después se interroge, y sólo en este

TRADICIÓN DIDÁCTICA

Los errores de la Didáctica de la Matemática provienen casi todos de la confusión entre "método" y "modo".

Como ya apuntamos en la introducción histórica, el efecto producido por la sistematización de la Geome-

momento está en condiciones de asimilar aquello que le ha admirado y se ha interrogado.

PERO EN EL NIÑO LA ADMIRACIÓN NO NACE DE LA CONTEMPLACIÓN, SINO DE LA ACCIÓN.

De aquí la necesidad absoluta, ineludible, de empezar todo tema de Matemáticas con un quehacer por parte de los alumnos.

Esta necesidad fué sentida claramente por los pedagogos de finales del siglo pasado y principios de éste, a los cuales se deben algunas tentativas para resolver la cuestión. Estas tentativas giran en torno de dos métodos y modos de presentar la Matemática: el método heurístico y el de laboratorio, que exponemos en el apartado siguiente.

LA REACCIÓN MODERNA. EL MÉTODO HEURÍSTICO Y EL MÉTODO DE LABORATORIO

A) *El método heurístico* (en este caso el "método" y el "modo" se confunden).—El método heurístico (del griego *εὐρίσκα*, yo encuentro) consiste en proponer a los alumnos un sistema de cuestiones fáciles y escalonadas de manera que al ir éstos pensándolas y resolviéndolas conducen al resultado que se quería enseñar. De esta forma los alumnos van descubriendo su propia Matemática. Se distingue del método socrático, porque en éste el alumno es un simple observador que contesta sí o no, mientras que en aquél tiene que poner en juego toda su actividad pensante para ir resolviendo la cadena de pequeños problemas propuestos para llegar a la conclusión final.

Resumiendo: En el método heurístico hay que colocar al alumno en el plano del investigador y aun falseando la Historia, con el fin de simplificar las lentas evoluciones, hacerle comprender que está redescubriendo la Matemática, con lo cual se siente protagonista y no mero observador. Por esta razón algunos dan a este método el nombre de genético.

Lo que acabamos de exponer constituye en líneas generales la esencia de este método, proclamado por Young como el más adecuado para llenar plenamente los fines que se persiguen con la educación matemática. Dicho método reporta la gran ventaja de poner en movimiento los estímulos secundarios positivos; es decir, de proporcionar satisfacciones de tipo vital a los alumnos que están creando, análogas a las que impulsan a los investigadores.

Entre los inconvenientes atribuídos a este método figura el de su lentitud. Sin embargo, cualquier profesor que conozca a fondo su trabajo tiene que reconocer que en cada curso sólo hay cuatro o cinco teclas fundamentales que tocar, que combinándose entre sí producen la sinfonía total. Por tanto, una vez que el alumno ha adquirido fuertemente estos puntos esenciales camina firme y con soltura hasta el final.

Veamos, sin embargo, que existen otros inconvenientes de realización bastante más graves. Aparte de no existir actualmente textos preparados según el método heurístico, existe algo más resuelto, y es lo siguiente: si se dirige una pregunta a toda la clase y se conceden unos minutos para contestarla, caben dos soluciones: o dejar libertad para que una vez pasado el tiempo conteste la pregunta quien quiera o señalar a un alumno determinado.

En el primer caso lo que ocurre es que sólo los alumnos mejores se ocupan de pensar en el tema, mientras los otros se entregan al *dolce far niente*.

En el segundo toda la clase está dominada por el terror, hasta el extremo de que la inhibición causada por el miedo al ridículo paraliza la actividad psíquica de los alumnos.

Creo sinceramente que tal como se practica hoy día el método heurístico en casi todos los países lleva el lastre de este serio inconveniente. Sin embargo, dada la imposibilidad de dar una enseñanza individual, es necesario encontrar un camino para obviar dichos graves inconvenientes, ya que estamos convencidos de que es el método que mayores beneficios puede reportar a los alumnos. La parte original de nuestro trabajo, que será expuesta después, consiste en la forma de conducir el método heurístico de manera que estos inconvenientes queden totalmente salvados. Además veremos que ello añade nuevos valores al método en sí. Pero antes de exponer este que llamaremos método heurístico activo vamos a indicar brevemente en qué consiste el método de laboratorio de Perry.

B) *El método de laboratorio* (Perry).—Este método nació en Norteamérica, por obra de Perry, como reacción a los modelos euclídeos, que, como hemos visto, no se adaptan a las posibilidades de los alumnos.

Como su nombre indica, consiste en transformar la clase en un pequeño laboratorio o taller, donde los alumnos trabajan bajo la dirección del profesor. Es quizá el método que más agrada al niño. Para ello se necesita una serie de instrumentos, como reglas, compases, sólidos geométricos, medidas, etc., y el trabajo consiste en dirigir una serie de experimentos que conduzcan al conocimiento de los hechos matemáticos.

Creemos que bien dirigido constituye un excelente método de enseñanza, aunque es conveniente el desarrollo de la facultad imaginativa, que permite sustituir muchos experimentos reales por esquemas simples en la pizarra o el papel, pues esto facilita enormemente el trabajo.

Por ejemplo, es totalmente inútil para decir a un alumno lo que se entiende por longitud de un péndulo o por amplitud de una oscilación manejar realmente uno de tales instrumentos, aunque sea necesario para otras cosas.

Antes de pasar a exponer nuestro método heurístico activo vamos a revisar en la segunda parte de este artículo los inconvenientes del estado actual de la enseñanza de la Matemática en nuestro país.