

La enseñanza de la matemática en los Estados Unidos

INTRODUCCIÓN

Existe un rico y abundante material sobre la enseñanza de la Matemática en Norteamérica. Las características de los datos de que se dispone son muy peculiares: prestan sólido apoyo a la meditación y poseen el atractivo de lo paradigmático. De ahí que, sin gran dificultad, podría hacerse incluso un libro sobre el asunto. Pero en el presente trabajo no aspiramos a realizar obra exhaustiva. Nos conformaremos con ir presentando algunas facetas de la realidad didáctica norteamericana. El plan del artículo es acotar un entorno temporal de algunos años—los más inmediatos a nuestro presente—y exponer con la mayor brevedad asequible el estado de la enseñanza de la Matemática en los Estados Unidos de América. Para ello nos hemos servido de la gran revista *The American Mathematical Monthly*, fundada en 1894 por Benjamín F. Finkel, órgano oficial de la Mathematical Association of America. Existen otras muchas fuentes informativas (por ejemplo, la revista *Mathematics Teacher*); pero, en vista de nuestro modesto objetivo, nos hemos apoyado fundamentalmente en la citada publicación.

Las circunstancias propias del actual momento histórico se dejan sentir fuertemente en la educación americana, y, por tanto, en la enseñanza de la Matemática. Inquieta esta enseñanza mucho y de varia manera. Todo el enorme país se estremece hasta sus raíces más hondas. Los profesores, las instituciones docentes, el Estado, la empresa privada, la industria, el Ejército, la Marina, etc., toman cartas en el asunto. Se siente un afán de reformar planes y métodos; se investiga mucho. Numerosos Comités averiguan el estado de la enseñanza y proponen nuevos caminos. Se ayuda a los profesores con viajes y becas. Se quiere estimular a todos para que mejore la enseñanza y la formación de los futuros ciudadanos.

A juzgar por las publicaciones que tratan del tema, el país es como una inmensa colmena que trabaja activísimamente. Se denuncian fallas, defectos, errores. Simultáneamente se anota un ímpetu de perfeccionamiento, de mejoras, de correcciones. Esta actividad inquisitiva, reflexiva, crítica, viva y abierta, se dirige a todos los sectores que tienen que ver con la enseñanza de la Matemática: la escuela primaria, las *high schools*, los *colleges*, las Universidades; profesores, alumnos, planes de estudios, relaciones entre las diversas clases de enseñanza, etc. Dentro de cada esfera se investiga todo lo investigable. Por ejemplo, en lo

que toca a los alumnos, se abordan los problemas que plantean los estudiantes torpes, los superdotados, los que llegan a un *college* con deficiente preparación, los que no se van a dedicar a la Matemática, etc.

REUNIONES DE PROFESORES

Todos los años se celebran numerosas reuniones para docentes de la Matemática. En estas asambleas se presentan trabajos de índole puramente matemática y otros que versan sobre la enseñanza. Hay reuniones nacionales y regionales. La Mathematical Association of America (en lo sucesivo abreviaremos el nombre, diciendo Math. Ass.) se reúne anualmente. La 35 reunión de la Math. Ass. se celebró a fines del año 1951, en la Brown University (Providence, Rhode Islands), aprovechando la Asamblea de la American Mathematical Society. Se inscribieron, en total, 560 personas, entre las cuales figuraban 272 miembros de la Math. Ass. La 36 reunión ha tenido lugar el 30 de diciembre de 1952, en la Washington University (Saint Louis, Missouri), con asistencia de 500 personas. Junto a estas reuniones anuales se celebran, también todos los años, asambleas veraniegas de la Math. Ass. El 31 de agosto y el 1 de septiembre de 1953 se celebró la 34 de tales reuniones, con un total de 637 asistentes.

Además de las reuniones generales, hay que citar las de las 25 Secciones de la Math. Ass., que se celebran anualmente desde el mes de enero hasta junio.

El hecho de que el número de reuniones para cada Sección alcance la cifra media de 30, indica el interés que suscita la enseñanza de la Matemática y lo fructífero de estos intercambios de ideas y opiniones entre el personal docente.

Naturalmente, también se celebran otras reuniones, aparte de las de la Math. Ass. Desde hace unos años se suceden asambleas de profesores de Matemática de todo el país. Así, la III Conferencia Anual de Profesores de Matemáticas tuvo lugar del 6 al 17 de julio de 1953, en Los Angeles (Universidad de California).

* * *

Vemos más de cerca en qué consisten estas reuniones de profesores de Matemáticas.

La reunión de 1952 de la Sección de Southeast de la Math. Ass. agrupó unos 170 profesores. Fueron

presentados 33 trabajos, de los cuales media docena trataban temas de didáctica matemática. Entre ellos puede citarse el del profesor Saunders Mac Lane, de la Universidad de Chicago: "¿Qué hace pensar al estudiante?" Del resumen que acompaña al trabajo entresacamos lo siguiente: "Hay varios métodos educacionales del pensamiento creador en varias instituciones matemáticas. Los resultados de un cotejo entre ellos muestran que hay y puede haber métodos eficaces para hacer pensar a los estudiantes con originalidad; pero que no existe un procedimiento general para todas las escuelas, todos los profesores y todos los alumnos. El pensamiento debe ajustarse a las circunstancias, y, por lo tanto, también la enseñanza del pensar." En la misma reunión hubo un coloquio sobre el curso de tipo "cultural" para estudiantes interesados en adquirir una educación general. Se estudiaron los fines, la elección de temas y el método expositivo de acuerdo con el trabajo presentado por el profesor H. S. Kaltenborn, del Memphis State College.

En abril del mismo año 1952 se reunió por vigésima séptima vez la Sección de Nebraska de la Math. Ass. Fueron presentados doce trabajos, de los que cinco se ocupaban de temas didáctico-matemáticos. Destaquemos el presentado por Edwin Halfar, de la Universidad de Nebraska: "El papel de la escuela secundaria en la enseñanza de la Matemática".

Como puede verse, en las reuniones de profesores de que nos ocupamos los temas giran en torno de cuestiones de interés general. Pero otras veces es el asunto concreto lo que atrae. Así, en la 38 reunión de la Sección de Iowa, el profesor E. W. Chittenden, de la Universidad de Iowa, presentó un trabajo titulado: "Notas sobre la manera de enseñar la integral definida en un primer curso de cálculo".

Para dar una idea mejor de las cuestiones tratadas en las reuniones de las diversas Secciones de la Math. Ass., he aquí una lista de títulos de trabajos presentados durante el año 1952:

"Cambios de la filosofía y el contenido del año décimo de Matemáticas", por Hlavaty, Bronx High School of Science.

"Cambios en la matemática de las escuelas secundarias desde 1900 a 1950", por J. Orleans, George Washington High School.

"El problema de los estudiantes mal preparados", discusión dirigida por varios profesores (30 reunión de la Sección de Illinois).

"Informe del Comité sobre las relaciones de las matemáticas de las escuelas secundarias y de los *colleges*", por Roszkopf, Syracuse University.

"El estudiante y el profesor", por Graves, Purdue University. Especialización implica cooperación. Por ello los matemáticos y los educadores han de colaborar estrechamente. La relación entre profesor y alumno es personal. El profesor ha de interesarse profundamente por el desarrollo de las capacidades del estudiante. Cuando se suspende a un alumno, el profesor también queda suspendido.

"Las matemáticas en la escuela secundaria 1952", por J. R. Mayor, Universidad de Wisconsin.

"Experiencias de la enseñanza de la Matemática en el Japón", por Campbell, George Pepperdine College.

"Un experimento de la enseñanza del álgebra y de la trigonometría", por Robertson, Iowa State College.

"Enseñanza a un estudiante ciego de un curso regular de Álgebra", por Steinbach, Universidad de Detroit.

"Curso para la formación de profesores de Matemáticas", por el profesor Max Kramer, New Mexico College.

"La futilidad de la Matemática sin la Filosofía y sin la Historia", por Blum y Moore, profesores del Waynesburg College. Los autores creen que si el alumno no ve la estructura estética del discurso, no será capaz de crear nada nuevo. Como la Matemática es una experiencia humana, su estudio ha de incluir consideraciones históricas y filosóficas. Toda exposición puramente mecánica es inoperante, en el sentido de que no lleva a la clara conciencia de los amplios principios universales que se encuentran en la Matemática y en todas las ramas del saber humano.

"El estudiante habla", por Sokolnikoff, Universidad de Wisconsin.

"Lo que estamos haciendo en Geometría", por Wahlstrom, Wisconsin State College.

"Asamblea sobre la enseñanza del cálculo". Intervinieron cuatro profesores de varias Universidades.

* * *

La simple lectura de los títulos de los trabajos presentados en las reuniones regionales de la Math. Ass. ilumina bastante bien el interés suscitado por las cuestiones relacionadas con la enseñanza de la Matemática en los Estados Unidos. Sin embargo, no basta esa simple enumeración para indicar la calidad de los resultados y la profundidad de la meditación metodológica. A fin de completar la insuficiencia de la descripción meramente cuantitativa, permítasenos extraer el informe de un Comité investigador. Elegimos el de la Sección de Illinois.

COMITÉS INVESTIGADORES SOBRE CUESTIONES DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS

El 9 de mayo de 1953 fué presentado ante la Association el informe de la Sección de Illinois sobre el fortalecimiento de la enseñanza de la Matemática. El Comité cree que la calidad de la educación está en juego y que debe estimularse a los profesores de Matemáticas y de otras materias a cooperar para la mejora de la enseñanza. Se reconoce la enorme labor que se está realizando y la necesidad de aunar esfuerzos. El informe aborda primero problemas referentes al profesor; señala la importancia de una buena preparación matemática. (La formación del profesor ha de comenzar en la escuela elemental y continuar durante la *high school*.) El maestro primario carente de buena formación matemática tenderá a menospreciar la enseñanza de esta ciencia o a pasar por alto sus verdaderas dificultades. Estudia la influencia de los educadores y administradores que piensan que tal o cual materia no tiene importancia dentro de la educación moderna. Esta desatención tiene efectos nocivos sobre la preparación de ciertos estudiantes, hasta tal punto que si no se corrige el defecto ella puede ser desas-

troso para el país. El informe se ocupa de la formación profesional de los docentes, trata de la necesidad de reuniones frecuentes entre profesores destinadas a intercambiar experiencias y consultar problemas concretos que se les vayan presentando en la enseñanza y sugiere la conveniencia de que se apoye económicamente a algunos profesores destacados para que viajen y visiten otros centros docentes. Por último aborda el problema de los sueldos, de los que dice que deben ser adecuados para atraer a la enseñanza (y mantener en ella) a personas competentes. El informe se ocupa también detalladamente de los problemas que tocan de cerca a los alumnos. En este sentido destaca la importancia de una buena dirección, de saber suscitar intereses y subrayar la importancia de la Matemática en las cosas humanas.

Finalmente trata las cuestiones referentes a las *schools* y sus planes, poniendo de relieve la trascendencia de un buen cuestionario y la de mantener un alto nivel en la enseñanza. Señala los peligros que trae consigo la realización de planes amplios y eficaces. Los profesores de las diversas enseñanzas pueden darse por aludidos en su independencia y creer que hay intromisión en sus responsabilidades. Pero el problema no está en la enseñanza de más o menos aritmética: "La cosa está más bien en esto: ¿hemos o no de dar a nuestros alumnos conocimientos fundamentales y hemos o no de educarlos en un pensamiento crítico y creador...? Este es un punto de la más extrema gravedad. Ha llegado el momento de unir las fuerzas de todos los sectores y en todas las materias, porque la batalla que garantice a nuestros hijos las oportunidades educativas que necesitan y merecen ha de ser larga y dura y sólo puede ser ganada mediante una grandísima e inteligente cooperación."

REFORMA DE PLANES Y MÉTODOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Una de las cosas que más llaman la atención del lector del *Monthly* es la insistencia en el tema de las reformas. Quiere reformarse todo: desde la enseñanza elemental, que se hace en la escuela primaria, hasta los cursos de la Universidad. En vista de la importancia del asunto, le dedicaremos varios apartados. Nos apoyaremos tanto en las opiniones y experiencias de los profesores—alguno de los cuales suele ser matemático insigne de primera fila—como en los informes de los Comités designados expresamente para el caso. La inquietud reformadora no tiene sólo por objeto mejorar la didáctica de una rama especial. También pretende elevar el espíritu de la enseñanza de la Matemática. Hay profesores que dan a conocer sus experiencias particulares. Por ejemplo, C. C. Macduffee, profesor de la Universidad de Wisconsin, trata detalladamente de la didáctica del álgebra ("Teacher Education in Algebra", *Monthly*, junio de 1953). En otros casos se expresa una preocupación por la marcha de la investigación científica norteamericana actual. H. F. Fulmer, del Georgia Institute of Technology, en el artículo "Motives and trends in Mathematics" (*Monthly*, 1954, págs. 157-160), medita profundamente sobre la situación de la mayoría de los matemáticos estadounidenses. El autor señala que los

verdaderos descubrimientos matemáticos no han surgido al perseguir móviles utilitarios ni por el deseo de ganar prestigio. Apoya su tesis en ejemplos históricos (Egipto, Grecia, Roma; Arquímedes, Galileo, Newton).

La tendencia actual no puede llevar a grandes descubrimientos—dice—, porque se persiguen ante todo fines prácticos. Fulmer señala, además, con cierta alarma, que un 10 por 100 de los miembros de la Math. Ass. de América se dedica a tareas distintas de la enseñanza (muchos de ellos trabajan en departamentos gubernamentales, otros en la industria, etc.). El autor destaca que la ciencia que surja de tales trabajos no puede ser de buena calidad, ya que en la mayoría de los casos surge de la aplicación del siguiente principio: "Vencer al competidor produciendo un artículo mejor a más bajo precio."

LA REFORMA PROPUESTA POR MORRIS KLINE

En un artículo del *Monthly* titulado "Freshman Mathematics as integral part of Western Culture" ("La matemática del principiante como parte integral de la cultura occidental"), el profesor Morris Kline, de la Universidad de Nueva York, expone interesantísimas ideas sobre la didáctica matemática. Dada su importancia, haremos un extracto de la concepción de Kline. El autor comienza tratando la debatida cuestión: ¿qué hay que enseñar a los estudiantes de las *liberal arts*? (tales estudiantes son aquellos que no piensan usar la Matemática en alguna profesión o carrera y cursan estudios matemáticos porque se supone que tal ciencia contribuye a una educación liberal). El profesor Kline cree que hay que atender cuidadosamente a este grupo de estudiantes, entre otras razones, porque en él figuran alumnos distinguidos que luego destacarán en la vida social; por ello es interesante que tengan una idea acertada de la Matemática, ya que pueden influir en el destino de la misma en ciertos sectores nacionales.

OBJECIONES A LOS PLANES TRADICIONALES

El álgebra y la trigonometría que se dan a estos estudiantes—dice Kline—son una pérdida de tiempo. "¿Qué valor educativo puede tener un estudio de los exponentes, los radicales, los logaritmos, la regla de Horner, las fracciones simples, el teorema del binomio de Newton, las identidades trigonométricas, etc.? Se oye decir que los estudiantes aprenden a pensar al estudiar esas cosas. El autor afirma que la materia no se presta a ello. "Todos sabemos que es imposible dar a un *freshman* una definición satisfactoria de número irracional."

En el álgebra del *college* se usan muchas propiedades de las funciones continuas sin demostración, apoyándose en una gráfica para convencer al alumno. Incluso al presentar demostraciones rigurosas, pocos estudiantes pueden seguir las. Resumen: en los cursos de Matemáticas que se dan a los estudiantes de las *liberal arts* se mezclan demostraciones con argumentos in-

tuitivos, evidencias gráficas y afirmaciones aceptadas sin prueba. "Aun así, esperamos que el alumno lo aprenda todo bien."

Suele argumentarse que todo el mundo necesita de la Matemática, y que por ello debe aprenderse. Pero ¿quién de nosotros ha usado la trigonometría y el álgebra del *college*, fuera de nuestro trabajo profesional? La verdad es que esas materias no contienen más que una serie de técnicas aburridas, secas, desconectadas, sin fundamentos y carentes de importancia para el estudiante. Se enseñan los temas como simples técnicas, y se espera que los alumnos las reproduzcan como loros. La única razón positiva a favor de tales enseñanzas es que, afortunadamente, los alumnos las olvidan pronto. Sabemos que hemos fracasado al intentar llegar a esa clase de alumnos y que lo único que conseguimos es hacerles detestar la Matemática. Estamos seguros de que abandonan nuestros cursos dando un suspiro de satisfacción al ver que, por fin, se han librado de aquella tortura y haciendo votos por no volver a mirar nada que tenga que ver con la Matemática. Prueba de que todo esto es verdad: un anuncio reciente de un nuevo texto de Álgebra: "Aproximación *humanizada* a los conceptos matemáticos". El libro, desde luego—dice Kline—, es como los miles de libros análogos. Pero por lo menos se ve que el autor se da cuenta de la realidad y quiere hacer algo por remediar los fallos y defectos del sistema.

"Al persistir enseñando álgebra y trigonometría a los estudiantes de las *liberal arts*, los profesores de Matemáticas de los *colleges* han estado cometiendo un crimen contra la Matemática y la Humanidad. Somos culpables de haber enseñado a poner ladrillos en vez de arquitectura, a mezclar colores en vez de enseñar a pintar. Tal enseñanza ha desinteresado para estudios posteriores, ha yugulado vocaciones latentes."

En los últimos tiempos se han adoptado medidas para remediar el mal. Las *matemáticas generales* quieren ser una solución. Pero la cuestión sigue en pie, porque en realidad el recurso se limita a tomar temas de cuatro partes de la Matemática en vez de dos. Las técnicas empleadas siguen siendo las mismas. Algunos profesores quieren romper totalmente con la tradición, y pretenden enseñar a los alumnos conceptos generales de la matemática moderna, tales como los de función, grupo, anillo, cuerpo, etc. Evidentemente, tales teorías son bonitas; pero sólo para los iniciados. El *freshman* no es capaz de penetrar en el verdadero sentido de los conceptos abstractos del álgebra moderna.

En opinión de Kline, los mejores esfuerzos fueron hechos por los libros *Invitation to Mathematics* (Dresden, de Swarthmore) y la *Introduction to Mathematics*, de Cooley, Gans, Kline y Wahlert, de la Universidad de Nueva York (este último libro ha sido muy bien acogido por el público).

Kline establece sus ideas, basadas en los siguientes principios filosóficos: 1) El conocimiento es un todo, y la Matemática es una parte de ese todo. Sin embargo, el todo no es la suma de partes; 2) La Matemática debe contribuir a los objetivos de una educación liberal. De este principio se sigue que los cursos de Matemáticas para los estudiantes de las *liberal arts* deben relacionar la materia con las otras ramas del saber; 3) La elección del material y el modo de

exponerlo ha de hacerse en vista de las circunstancias peculiares del curso. No dejar que la tradición dicte los temas que hayan de ser estudiados.

Kline, después de esto, propone sus planes de enseñanza de la Matemática. Resumidamente, consisten en la exposición de la Matemática históricamente (Egipto, Babilonia, Grecia, el Renacimiento, Copérnico, Kepler, la perspectiva, Descartes, Galileo, Newton, etcétera).

Algunos profesores argumentarán que el procedimiento es endeble, porque, por ejemplo, ¿dónde está la ecuación de segundo grado? Pero estos criterios se basan, al parecer, en la idea de que la Matemática es sólo una serie de tecnicismos, y no toman en cuenta el significado, los propósitos y el sentido de tales técnicas. Esos críticos—sigue Kline—no hacen más que reflejar su incapacidad. Por otra parte, los conceptos son más difíciles de aprender que las técnicas (éstas las puede llegar a dominar un autómeta).

Una dificultad grave de llevar a realización el plan de Kline es la de encontrar profesores de Matemáticas que sepan presentar los aspectos culturales de tal ciencia. Por varias razones, los profesores prestan poquísima atención al problema más importante de la enseñanza de su especialidad: la educación de los estudiantes de las *liberal arts*. Sin embargo, todo consiste en acomodarse a la situación. No hace falta encontrar personas dotadas de talentos especiales para ponerse a tono con las circunstancias que exigen las enseñanzas de esos alumnos.

En la Universidad de Nueva York se está experimentando actualmente el plan de Kline. Como primer resultado figura el libro *Mathematics in Western Culture* (Oxford University Press, N. Y., 1953). Es demasiado pronto para exponer los resultados definitivos del ensayo. Pero ya se puede anotar un logro positivo: los estudiantes entienden de qué se trata en cada tema y participan plenamente en el trabajo de la clase. Además, como todos los cursos establecen contacto con la pintura, la filosofía, la literatura, las ciencias sociales y otros campos, hasta el estudiante más indiferente es atraído en algún momento. El interés suscitado contrasta agudamente con la reticencia, la resistencia y la incapacidad que se encuentran al enseñar el material corriente. El objetivo primario de una verdadera enseñanza de la Matemática ha de ser suscitar la *apreciación* más bien que la habilidad. Si se consigue desarrollar el gusto por la Matemática (mediante un reconocimiento de lo que ésta significa dentro de nuestra civilización occidental y de la humana en general), evitaremos el actual disgusto entre la mayoría de los estudiantes. Incluso se podría conseguir que algunos no perdieran todo contacto con la Matemática durante el resto de su vida.

REFORMAS DE LAS SECONDARY SCHOOLS CON VISTAS A LOS ESTUDIANTES EXCEPCIONALES

El trabajo *Mathematics in the secondary schools for exceptional students*, de H. W. Brinkmann, del Swarthmore College, reúne las experiencias de doce *colleges* y veintisiete escuelas secundarias (un apoyo financiero provino del Fund for Advancement of Education). El principio fundamental en que se basa el

estudio es que ciertos estudiantes brillantes pierden el tiempo en las *schools* y que se puede anticipar normalmente el trabajo que han de realizar en el primer año de estudio del *college*. Un Comité de matemáticos fué elegido para estudiar el caso. Los doce *colleges* aceptaron el plan que surgió después de las deliberaciones. Otros Comités elaboran actualmente los cuestionarios de exámenes para esos alumnos.

El problema que se planteó ante el Comité fué el de elaborar un plan que fuera seguido por las *schools* para sustituir al primer año del *college*. Pero se vió la conveniencia de aplicar el cuestionario a tres años de la escuela secundaria.

Se comprende la necesidad de ampliar los planes de segunda enseñanza. El plan del Comité consiste en lo siguiente: romper con las divisiones en asignaturas, introducir temas nuevos y sugerir la eliminación de ciertas cuestiones tradicionales.

El programa para los tres años mencionados más arriba es: 1) Un curso en el grado décimo de Matemáticas, subrayando el pensamiento deductivo y tratando de varios temas de Matemáticas. 2) Un curso de un año, consistente en la ampliación del Algebra, Geometría analítica y Trigonometría (grado 11). 3) Un curso continuación del anterior y que sea una introducción fundamental al cálculo infinitesimal y sus aplicaciones (grado 12).

Los autores de este plan creen que podrían extenderse a toda la enseñanza secundaria sus ideas. De este modo se podría trabajar a lo largo de tales directrices en toda la *secondary school*.

Hay ya muchas *schools* en los Estados Unidos que siguen la trayectoria marcada por el anterior informe, y se espera que se inicien trabajos similares en otros centros.

REFORMAS EN LA UNIVERSIDAD DE CHICAGO

El profesor Saunders Mac Lane pronunció su discurso presidencial de cese en el cargo de presidente de la Mathematical Association of America el 31 de diciembre de 1953. De su notabilísima disertación, titulada "Of course and courses", vamos a resumir puntos relacionados con reformas universitarias llevadas a cabo actualmente en la Universidad de Chicago, de la que el ex presidente de la Math. Ass. es profesor.

Mac Lane afirma que la educación matemática de los *colleges* no ha de ser concebida demasiado estrechamente, y que hace falta una reforma imaginativa y vigorosa. Dice que cada libro de texto suele copiar las debilidades de los predecesores, y que por ello, por ejemplo, en la Trigonometría, las cosas van de mal en peor, porque cada nuevo autor lo único que hace es ir agotando las posibilidades combinatorias de variación accesibles.

Destaca el siguiente hecho: los educadores no pueden eludir la inexistencia de una organización conceptual de nuestro tiempo. De ahí que no haya la posibilidad de redactar cursos que enseñen sistemáticamente todo el saber matemático. Teniendo esto en cuenta (y además las modas y las preocupaciones dominantes), debemos tender a exponer ante nuestros estudiantes la belleza y el estímulo de las ideas matemáticas. Debemos hacer patente la manera extraordinaria con

que la Matemática construye una estructura arquitectónica compuesta de teoremas (que revelan una intuición de las razones que están detrás de las apariencias y de los conceptos que relacionan ideas concretas totalmente inconexas) a partir del suelo básico de la experiencia humana, con números, datos, espacio y movimiento... Hay que terminar con esos casilleros tales como "Algebra", "Análisis", "Geometría", etc. Los nuevos descubrimientos matemáticos no pueden ser clasificados dentro de las viejas designaciones (el quinto problema de Hilbert ha sido resuelto con técnicas derivadas de la topología, la teoría del espacio hilbertiano y los grupos de Lie). Cada vez se reconoce más que el Algebra no ha sido, ni es, una disciplina independiente. El análisis moderno está lleno de "distribuciones", anillos de operadores, representaciones, etcétera. Por ello el carácter y la dirección de la investigación corriente son el mejor índice de las ideas que hay que enseñar.

El profesor Mac Lane elogia la obra de Bourbaki, *Éléments de Mathématique*, y la presenta como integración y síntesis de la matemática actual. Pasa a describir el plan de los cursos que se desarrollan en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Chicago. Con este plan se pretende guiar a los estudiantes serios desde el comienzo del *Junior (college)* hasta el *Master's degree*. El objetivo perseguido es proporcionar una introducción a todas las ideas matemáticas fundamentales. Para el estudiante que piense dedicarse a la enseñanza, los anteriores cursos le proporcionarán un conocimiento profundo de lo que es la Matemática. Quien se vaya a dedicar a la investigación encontrará, por su parte, una base amplia para tratar por su cuenta ideas nuevas (el requisito básico de un plan es precisamente abrir el horizonte necesario para unos y otros estudios, exhibiendo la unidad que reina dentro de la Matemática). El plan no aspira a la perfección: sólo pretende ser un primer acercamiento a la exigencia presionante de una formación sólida. Hay que idear planes modernos y coherentes, libres de los impedimentos tradicionales, que proporcionen accesos a las ideas nuevas y generales, y luego permitan su aplicación a dominios particulares.

OTROS TRABAJOS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Por el artículo "Elementary and secondary schools training in Mathematics", del profesor S. S. Cairns (*Monthly*, octubre 1953), vemos que se intenta amoldar las *public schools* a las necesidades de la sociedad y de la nación. Se señala con inquietud la crítica escasez de científicos (escasez que se agudizará a causa de las necesidades crecientes de la industria, el gobierno y los servicios militares). La tesis de Cairns es que se puede remediar fundamentalmente la situación si se corrigen defectos serios en la enseñanza de la Matemática en las *schools*. Reconoce que las *high schools* son deficientes, tanto en la preparación de estudiantes para los *colleges* como en proporcionar una buena educación a los que no van a ir a tales centros. A su vez, la escuela elemental falla en la preparación de alumnos para las *high schools*. El autor termina in-

dicando algunos principios falsos, responsables parcialmente de la mala educación matemática de las instituciones docentes americanas. Helos aquí: 1) La teoría de que el ejercicio rutinario y la memorización deliberada han de ser excluidos, especialmente en los grados inferiores; 2) La teoría de que las necesidades locales deben dominar, en determinados cursos, respecto de las de escala nacional; 3) La teoría de que las *high schools* han de limitar sus programas a aquellas técnicas y habilidades que algún grupo de individuos considere precisas para el adulto medio; 4) La creencia de que el estudiante poco dotado ha de convivir en la misma clase con el alumno mejor dotado, y 5) La aversión a las competiciones entre estudiantes.

Otro trabajo interesante es el titulado *The things I should have done, I did not do* ("Cosas que pude haber hecho y que no hice"), original del profesor R. E. Langer, de la Universidad de Wisconsin, texto del discurso presidencial al dejar su cargo de presidente de la Math. Ass. Langer dice que la mayoría de los estudiantes se ven obligados a restringir la elección (en los cursos de Matemáticas) a las llamadas "matemáticas tradicionales". En tales cursos se enseña, de manera más o menos efectiva, Álgebra, Trigonometría, Cálculo infinitesimal, etc. Oímos decir—sigue—que esos textos son secos, áridos, alejados de asuntos de vital interés, centrados alrededor de meros tecnicismos... Pasa por alto las críticas que pueden hacerse, y admite que, en la mayoría de los casos, tales cursos están pensados más bien para estudiantes de escuelas especiales o técnicas. Pero ahora parece haberse pasado al polo opuesto: los cursos denominados *integrated liberal studies*, en los cuales la Matemática no figura en absoluto o bien desempeña un papel insignificante. Por todo esto no sorprende que la Matemática esté a la *defensiva* en muchos colegios de segunda enseñanza. Langer declara que el problema no es nuevo y que ya se han realizado intentos serios por resolver la dificultad (una de las medidas consiste en una buena elección de libros dirigidos a un amplio público de lectores no matemáticos; pero, según parece, todavía no se ha encontrado la solución definitiva). Mucho tiempo y entusiasmos se han dedicado a experimentos didácticos, pero la recompensa, hasta ahora, ha sido pequeña. Muchos estudiantes acudieron a los nuevos cursos a ver si la enseñanza les resultaba más fácil.

La realidad es, sin embargo, que los estudiantes van desertando y se sienten atraídos hacia otros campos. Es indudable—sigue Langer—que la matemática puede dar algo a la cultura de cualquiera, en razón de su rico pasado, su dinamismo actual, su prodigioso futuro y su posesión de ideas simples y, a la vez, profundas. Opina que el camino no será fácil, sobre todo en los *colleges* pequeños, los *junior colleges* y los de profesores.

Aborda después el problema de la formación del profesorado, y reconoce que tal vez subcientemente, pero no por ello con menos verdad, se piensa siempre, sobre todo, en la formación de investigadores. Por eso rechazamos sin remisión a todos los que no demuestren un alto nivel en su formación matemática (gran parte de los maestros de las *high schools* carecen de preparación matemática; asisten a veces duran-

te las vacaciones veraniegas a las Universidades para graduarse en Educación, no para mejorar su preparación matemática). Sin embargo, justo es reconocer asimismo que muchos grandes matemáticos harían un lamentable papel en una *high school*. Langer indica que todas estas cosas ya han sido dichas y que es hasta familiar el clamor que acompaña a la tesis de que la formación de profesores de escuelas secundarias ha de hacerse en extensión y comprensión más que en profundidad y especialismo. Por último, advierte que se puede prestar un gran servicio a la educación matemática si se colocan todos estos asuntos en manos competentes.

LO QUE HACEN ALGUNOS "COLLEGES" PARA REMEDIAR LA MALA PREPARACIÓN DE ALGUNOS ESTUDIANTES

Durante la última guerra mundial, un Navy V-12 llegó cargado de estudiantes, procedentes de todos los Estados Unidos, a la Universidad de South Carolina. Intentó aprovechar sus estudios matemáticos previos. Pero pronto se hizo evidente que la mayoría carecían de formación, a pesar de que un gran número había estudiado matemáticas especiales durante varios años en los *colleges*. Al principio se creyó que estas deficiencias eran debidas a la guerra, pero cuando la contienda terminó se reconoció que el problema seguía en pie.

El profesor W. L. Williams, de la Universidad de South Carolina, ha publicado recientemente el resultado de sus investigaciones sobre la materia. "Ante todo—dice Williams—, quise averiguar si la deficiencia era de carácter local." Para ello distribuyó por todo el país unos quinientos cuestionarios. Recibió respuesta de unos cuarenta y seis Estados de la Unión. El estudio de estas contestaciones muestra que el 41 por 100 de los *colleges* y Universidades no admiten alumnos sin examen de ingreso. Lo cual demuestra falta de confianza en la preparación que traen de las *schools*.

En opinión de la mayoría de tales instituciones, la mitad de los estudiantes carece de formación algebraica y trigonométrica, bien parcial, bien totalmente. Es verdad que trata de remediarse en los *colleges* esta situación mediante cursos especiales; pero algunas instituciones afirman que se niegan a admitir aspirantes que posean una mala preparación. Otros centros los admiten, y hacen frente a la dificultad con diversas medidas. Otros reconocen no hacer nada para remediar las deficiencias, y dejan a los estudiantes la oportunidad de "nadar o hundirse". Al parecer, pocos son los que logran salir a flote. En todo caso se admite que la situación es insoslayable. El alumno que sale de la *high school* con su diploma bajo el brazo cree tener derecho a ingresar en un *college*, y si no se le admite espera que le den una oportunidad. Williams aboga por el establecimiento de relaciones estrechas entre las escuelas secundarias, los *colleges* y las Universidades para hacer frente conjuntamente a la dificultad.

LIBROS CONSAGRADOS A LA
DIDÁCTICA MATEMÁTICA

Junto a estos trabajos, cuya lista puede prolongarse indefinidamente, han de citarse ahora las obras dedicadas expresamente a la didáctica de la Matemática. Entre estos libros figuran: *The Teaching of Mathematics*, por D. R. Davis (Cambridge, Mass.; Addison-Wesley Press, 1951, XV-415 págs.), que, a juicio del reseñador en el *Monthly* (el profesor Jones, de la Universidad de Michigan), es un libro excelente, sobre todo en algunas partes; *Secondary Mathematics. A Functional Approach for Teachers*, por H. F. Fehr (Boston, 1951, XI-431 págs.), libro pensado sobre todo para profesores de segunda enseñanza. Citemos también el libro que lleva por título *Teaching Mathematics in the Secondary School*, de los profesores Kinney y Purdy (Nueva York, 1952, XVIII-381 págs.). El volumen está dedicado a proporcionar al profesor de Matemáticas informaciones sobre lo que hay que enseñar y cómo hay que enseñarlo en las escuelas secundarias. Finalmente, *The Teaching of Secondary Mathematics*, de C. H. Brown (reseñado por el profesor Hlavaty), libro que subraya el papel de la Matemática en la educación (casi la mitad del libro está dedicada a eso). El autor gira obsesionalmente alrededor de la filosofía de la enseñanza de la matemática. Parte de la siguiente idea fundamental: la función de las materias enseñadas en la educación es la de informar sobre el mundo y estimular la reflexión sobre los problemas que plantea. En este sentido la Matemática puede hacer mucho. El llevar a cumplimiento las potencialidades que tal ciencia permite es, sin embargo, obra del profesor. El libro se basa en la convicción de que el método didáctico es cosa individual "que un profesor que conoce adecuadamente su asunto y conoce las necesidades, las aspiraciones y capacidades de sus alumnos; que entiende la naturaleza del proceso del aprendizaje..., conseguirá idear métodos y técnicas convenientes a su situación concreta".

REVISTAS

Aparte de la *American Mathematical Monthly*, órgano oficial de la Mathematical Association of America, hay, como ya se dijo, otras revistas dedicadas a la enseñanza de la Matemática en los Estados Unidos; por ejemplo, *Mathematics Teacher*. En febrero de este año ha comenzado la publicación del *New Magazine for High School Mathematics Student*. Es una revista que aparecerá cuatrimestralmente y que edita The National Council of Teachers of Mathematics, en cooperación con la Math. Ass. Entre otras cosas, la revista trata de estimular a los alumnos bien dotados para continuar sus estudios, indicándoles las excelentes oportunidades que les aguardan en la profesión matemática.

AYUDAS ECONÓMICAS
PARA LA MEJORA
DE LOS PROFESORES

Durante varios años la General Electric Company ha subvencionado cursos de ampliación de estudios

para cincuenta profesores de *high schools*. El éxito de estos programas llevó a la misma empresa a sufragar los gastos para una mejora en la formación de los profesores de Matemáticas de escuelas secundarias. El objetivo perseguido era fundamentalmente estimular el entusiasmo por las Matemáticas entre una parte de los profesores y familiarizarlos con aplicaciones importantes de la Matemática. Para lograrlo se organizaron tres cursos: 1), sobre el análisis matemático aplicado; 2), sobre la matemática elemental desde el punto de vista superior, y 3), sobre la matemática en el trabajo. Durante el año 1952 se proporcionó beca a cincuenta profesores. Los resultados fueron tan esperanzadores que en el verano de 1952 se desarrollaron cursos análogos en la Purdue University. Asistieron profesores procedentes de once Estados situados al oeste del territorio del Rensselaer Polytechnic Institute.

VIAJES DE ESTUDIOS A EUROPA

La School of Education de Boston organizó durante el verano de 1953 un viaje a Europa occidental para que los profesores de ciencias y de matemáticas americanos se pusieran en contacto con sus colegas de Gran Bretaña, Noruega, Suecia, Dinamarca, Holanda, Alemania, Suiza y Francia. El viaje duró diez semanas. Se prepara un libro que llevará por título *Recursos que Europa ofrece a los profesores de matemáticas y de ciencias*.

VIAJES DE INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA

El profesor Cameron, de la Universidad de North Carolina, visitó en treinta y tres Estados de la Unión los *colleges* y las Universidades, gracias a la ayuda financiera prestada por la Ford Foundation. Las instituciones visitadas comprendían Universidades sostenidas particularmente, Universidades estatales, *colleges* privados y oficiales. El objeto primario era estudiar los programas de las matemáticas para *undergraduates*. El profesor Cameron publica sus impresiones en el número de marzo de 1953 de *Monthly*. Como resultado final, destaca la necesidad obvia de intercambiar información entre todas las instituciones docentes, particularmente en lo que se refiere a innovaciones y experimentos. La conversación y la correspondencia personales pueden ser—añade—de gran utilidad.

El señor Cameron señala que es de suma importancia averiguar el espíritu con que es tratado un asunto. Literalmente: "Las técnicas son necesarias. Pero hay muchas razones que llevan a la convicción de que la mayoría de los estudiantes pasan sus primeros cursos memorizando recetas, sin lograr la más pequeña penetración en la verdadera naturaleza de la Matemática."

La preparación de los profesores que enseñen matemáticas con estilo suficientemente amplio es problema grave. Las Universidades se dedican más bien a preparar investigadores y matemáticos. Y en este sentido tales centros también poseen sus problemas. La dificultad es reconocida por muchas instituciones, mas está lejos de resolverse.

RELACIONES ENTRE LAS "SCHOOLS"
Y LOS "COLLEGES"

El *Monthly* (junio 1953) reproduce extractadamente el texto del libro *General Education in School and College* (Harvard University Press, 1952). Este libro es fruto del estudio realizado por miembros de diversas Facultades norteamericanas para mejorar relaciones integradoras entre las *schools* y los *colleges*. Los ensayos se refirieron más bien a los alumnos superiores a la media, y en realidad no pretenden ser válidos para todas las instituciones docentes. Es decir, restringen su esfera de validez a las seis instituciones siguientes: Andover, Exeter, Lawrenceville, Harvard, Princeton y Yale. Los autores del informe esperan que sus experiencias hayan conducido a ideas interesantes para otras *schools* y Universidades.

El trabajo reconoce que hay acuerdo general en que las Matemáticas ofrecidas por la escuela primaria necesitan alteraciones radicales.

En lo que toca a la orientación propiamente didáctica el texto dice: "Una vez entendidas las nociones básicas—y esto requiere ejercicio práctico, así como pensamiento—, creemos que no es razonable detenerse morosamente en la elaboración de un conjunto de ideas que ya se han hecho familiares. Desde luego, es posible idear problemas de extraordinaria complicación en todas las materias desde la división larga hasta la trigonometría. Pero esto es una pérdida de tiempo. Aunque parezca paradójico, somos de la opinión siguiente: cuanto mejor sea el estudiante, menos problemas han de dársele para resolver. La conclusión final es ésta: "El contenido de los cuestionarios matemáticos de las *schools* puede y debe ser revisado y renovado."

CONCLUSIONES

Con lo que llevamos dicho hasta ahora el lector atento puede formarse una idea de la vida que fluye impetuosa, efervescente, auténtica y abiertamente por las *schools*, *colleges* y Universidades americanas.

El panorama fragmentario que sugiere el anterior esbozo posee notas que podemos calificar de impresionistas. Y no basta una pululación abigarrada de caracteres—pese a su valor ejemplar—. Se precisa, además, un modelado de formas, una construcción simbolizante; en una palabra, un concepto sistematizador, organizante y sintético.

En un intento de dar satisfacción a los anteriores requisitos, hemos dejado para el final dos trabajos que creemos tienen un gran valor. Uno de ellos es de todo punto estimable, por provenir de una de las cabezas matemáticas más geniales de nuestro tiempo: André Weil. El segundo merece especial mención, porque se acerca a la didáctica matemática con visión humanista y total, vitalista y ética. Nos referimos al trabajo del profesor Moses Richardson, del Brooklyn College: *Mathematics and intellectual honesty*. Para que una enseñanza del tipo que sea pueda penetrar hasta los senos más hondos del hombre, ha de ser global, no sólo intelectual, sino vital y humanísticamente. Para ello la mente humana ha de expresarse éticamente, *con honradez intelectual*.

Empezaremos con el trabajo de Richardson, dejando

para lo último, por su enormísima importancia, el trabajo de Weil.

Richardson expuso sus ideas en un discurso pronunciado en la primera reunión de la Asociación de Profesores de Matemáticas del Estado de Nueva York. El autor se propuso, al presentar la Matemática como honradez profesional persistente, hacer una descripción parcial más que dar una definición completa. Con ello quiere sacar consecuencias para la enseñanza. En la alocución supone una conversación entre un profano y un matemático. Poco a poco, gracias a la pericia expositiva de éste, aquél se va dando cuenta de la verdadera significación de la ciencia matemática, y al final el profano se entusiasma tanto que decide ponerse a estudiar matemáticas en cuanto tenga tiempo para ello. Esta ficción estilística pretende simbolizar un ideal docente que su autor termina reconociendo realmente utópico e inalcanzable. Pues Richardson expone su temor de que la enseñanza de la Matemática no alcance el grado de perfección logrado en el dicho diálogo entre el profano y el matemático del apólogo. La verdad es—continúa Richardson—que en la mayoría de los casos la Matemática se enseña dogmáticamente, y con frecuencia el alumno ha de intentar la asimilación de sustancias intelectuales indigestas. Señala algunas funestas consecuencias de un especialismo no integrado en una cultura humanista, y enumera los siguientes puntos básicos en la didáctica de la Matemática:

- 1) Apreciación del origen natural y del desarrollo de las ideas matemáticas fundamentales.
- 2) Actitud lógica y crítica, respeto para el razonamiento correcto, las definiciones precisas y una comprensión clara de las hipótesis de que se parte.
- 3) Comprensión del papel de la Matemática como rama importante de la actividad del hombre y estudio de sus relaciones con otras ramas del saber acumulado por la raza humana.
- 4) Discusión de algunos problemas importantes de la Matemática pura y de sus aplicaciones, y
- 5) Comprensión de la naturaleza y de la importancia práctica de un pensar axiomático.

Señala que ha de intentarse una distinción entre la familiaridad y la comprensión, la demostración lógica y el tecnicismo rutinario; entre la actitud crítica de la mente y la creencia habitual que no interroga, entre el pensamiento científico y una mera colección enciclopédica de hechos y de meras opiniones y conjeturas.

Dice que dirige todas estas advertencias no sólo a los profesores de Matemáticas de los *colleges* y de las *schools* secundarias, sino también a los que forman y educan a tales profesores. El autor piensa que un profesor de dicha naturaleza no necesita saber mucho de geometría diferencial, de topología o de cálculo de variaciones. Pero afirma que sí debe estar familiarizado con los conceptos fundamentales de la matemática elemental. "Desgraciadamente, con frecuencia se espera que absorba todas esas cuestiones fundamentales por mera ósmosis. En la mayoría de los casos tal proceso no tiene lugar, y el futuro profesor sale de su Facultad equipado con técnicas heterogéneas, con poca o ninguna comprensión del desarrollo histórico de su ciencia, de la filosofía, de la naturaleza, del espíritu e incluso de la *razón de ser* de la materia que ha estudiado."

Como puede verse por el extracto que antecede, el trabajo del profesor Richardson es bueno. Pero, a juicio del comentarista, el autor no saca tal vez suficiente partido de las ideas que parece contener el título del artículo.

Es frecuente identificar la labor del estudiante y del matemático con una de sus funciones más someras, el ejercicio meramente intelectual. Se olvida que al realizar distinciones analíticas se opera con una abstracción esquemática de hombre. La parte intelectual, "lo mental intelectual", es un trozo humano esencialmente dependiente del todo orgánico de que forma parte.

A nuestro juicio, lo ético es inseparable de lo intelectual, y un educador que no tenga constantemente a la vista los factores morales del alumno no puede conseguir más que resultados pasajeros y de orden secundario. Lo ético lleva a la obra bien hecha; es un ímpetu que hace tender a la perfección. Si estudiamos algo con entusiasmo ético, no lo haremos a medias, no nos conformaremos con el poco más o menos: seremos *honrados intelectualmente*. Este es el factor decisivo que parece alentar en el pensamiento de Richardson. Por eso hemos destacado este aspecto de la didáctica matemática norteamericana actual.

* * *

Pasemos, finalmente, al trabajo de André Weil.

En cierto modo, ya hemos hablado de este gran matemático francés (aunque tácitamente) al mencionar la reforma llevada a cabo en la Universidad de Chicago. *Bourbaki*, en efecto, supuesto autor de la obra *Éléments des Mathématiques*, ya citada, es un seudónimo que oculta a varios matemáticos franceses de primera fila, cuya alma y espíritu director—el verdadero representante de la escuela—es Weil.

El trabajo de dicho autor, profesor de la Universidad de Chicago, se ha publicado este año en el volumen 61, páginas 34-36, de la revista tantas veces citada en estas páginas: *The American Mathematical Monthly*, y comienza con otra ficción de tipo literario, a la que, por lo que se ve, es aficionado Weil: se presenta como las notas usadas en una conferencia pronunciada en la Universidad de *Poldavia*.

Hablamos de ficción porque tal Universidad no existe realmente en la tierra. Lo mismo que la famosa ciudad donde Faulkner hace vivir a sus personajes novelescos, *Poldavia* no figura en ningún mapa terrestre, salvo en la portentosa fantasía de su creador.

Las supuestas mejoras en la enseñanza de la Matemática en la Universidad de *Poldavia*, de que el autor habla en su discurso, tienen, por tanto, un significado simbólico, paradigmático.

Es empresa ardua la de valorar la obra de Weil. La estimación que se merece puede pecar por defecto o por infravaloración. No creemos incurrir en el diti-rambo ni en el elogio expresivo al presentar a Weil como una de las cabezas matemáticas más importantes del mundo actual. Pero con decir esto no decimos nada acerca de su valor como educador.

Es raro que el investigador sea a la vez buen maestro. Pero el trabajo que comentamos dice con lenguaje elocuente que Weil no es del tipo del mero especialista que se pierde en la maraña del bosque de las técnicas.

Los puntos señalados brevemente por el gran matemático francés darán razones suficientes para la defensa del anterior punto de vista.

Cuando se piensa lo infrecuente que es la reflexión educadora en nuestras Facultades de Matemáticas, se recibe con verdadero placer esta gran lección que nos llega del otro lado del Océano. Modestamente brindamos a la consideración de nuestros catedráticos universitarios las ideas de Weil.

El matemático francés inicia su trabajo—que está escrito muy concisamente (las obras que hacen época suelen aparecer en lenguaje breve y hasta lacónico)—con la siguiente afirmación: *No se podrán alcanzar resultados satisfactorios en la enseñanza universitaria si antes no se reforma todo el sistema docente, desde la escuela elemental hasta la Universidad*. Para ello se necesita cambiar programas y formar mejor a los profesores.

En lo que respecta a los que enseñan matemáticas en la Universidad, dice que han de procurar satisfacer: a), las necesidades de los que precisan la matemática en la vida práctica; b), las de los especialistas. Agrega Weil que se ha de dar a los estudiantes *la formación intelectual y moral que toda Universidad digna de tal nombre tiene el deber de proporcionar a sus miembros*.

El punto número 4 del discurso trata un aspecto didáctico muy concreto: el del contenido de la enseñanza, y da algunas directrices muy sabias, que nos permitimos destacar para que sean meditadas por muchos de nuestros catedráticos. Dicho punto establece como fin propio de la didáctica *crear reflejos útiles y estimular un pensamiento independiente*. No ha de aprenderse nada que no cobre algún sentido para el discente. Por otra parte, Weil señala expresamente que la resolución de problemas no ha de consistir en el único fin de la enseñanza. Los problemas por sí solos no bastan. Desligados de un contexto vital y humano no tienen sentido. El problema matemático, como fin en sí, suele ser vano ejercicio de virtuosismo, y no tiene valor educativo. De ahí que hay que excluir de la enseñanza el problema de truco, el que para su resolución necesite la feliz idea. Weil subraya enérgicamente que el propósito que persigue el planteamiento de problemas al estudiante es:

- 1) *Que se ejercite en la aplicación de algún método general de especial importancia.*
- 2) *Que desarrolle su originalidad al ser guiado por un camino nuevo.*

Las consideraciones que Weil engloba en su punto 5 son de una portentosa finura intelectual, aromada con el más fino *esprit* francés. En tales ideas aborda el tema del manoseado *rigor matemático*, que en la mayoría de los casos suele degenerar en lo que algunos profesores, muy humorísticamente, han denominado la *epsilonsitis*. Weil destaca el valor del rigor con las siguientes palabras: *El rigor es al matemático lo que la moral al hombre*. Pero agrega—y esto es lo maravilloso—: tal rigor no consiste en demostrarlo todo, sino en mantener una nítida distinción entre lo que se supone por hipótesis y lo que se demuestra, intentando suponer lo menos posible en cada caso. Por ello el alumno ha de acostumbrarse gradualmente, a partir de ejemplos iniciales, a poner en duda la verdad de toda proposición hasta ser capaz de deducir, con

ayuda de los axiomas ordinarios, todo lo que ha ido aprendiendo.

El punto 6 de este admirable discurso weiliano se ocupa de lo que debe perseguirse en una demostración escolar. El conocimiento de la demostración—se dice en tal punto—significa la comprensión de su mecanismo y de la aptitud para reconstruirla. Se basa en los siguientes principios fundamentales: 1), perfección y claridad en las definiciones; 2), facultad de ligar una cuestión dada con las ideas generales en que se apoya; 3), percepción de la naturaleza lógica de cualquier demostración.

Según esto, el profesor—afirma Weil—no debe seguir el camino más rápido ni el más elegante, sino el que se apoye en los principios más generales.

Weil destaca en su punto 7 que la enseñanza de la Matemática ha de ser una fuente de estímulos intelectuales, y elogia los procedimientos seguidos en los seminarios de las Universidades alemanas: la división del trabajo entre los estudiantes. Esta participación en una empresa común se revela como un gran incentivo para el trabajo. Es erróneo creer que el alumno ha de saberlo todo. Lo que importa es que sepa penetrar en alguna cuestión hondamente, familiarizándose con un tipo concreto de dificultades y creando como una brújula orientadora propia que le guíe por algún intrincado camino.

El punto 8 trata del cuaderno de apuntes del alumno. Weil sostiene que tal utensilio ha de ser el verdadero libro de texto para el estudiante. El tomar notas inteligentemente y ponerlas luego en limpio ha de ser parte esencial del trabajo del alumno. Weil señala que la experiencia indica numerosas ventajas del mencionado cuaderno de notas. Permítaseme discrepar en

este punto. Weil parece pensar en estudiantes muy buenos y muy interesados en aprender. En ese caso su juicio es indiscutible. Pero en el caso del estudiante medio el procedimiento suele resultar inoperante. El alumno corriente necesita un libro (entiéndase: un texto excelente y ejemplar, fruto de la experiencia docente de un gran profesor) que le acompañe constantemente. El manejo habitual de tal libro es de un poder educativo insustituible. Estoy pensando, naturalmente, en los años formativos. Es evidente que durante los últimos cursos de la Facultad, o en el Doctorado, el estudiante puede y debe seguir la trayectoria marcada por Weil.

El trabajo de Weil termina tratando el derecho que tiene cualquier tema a formar parte del cuestionario de Matemáticas. Según el punto 9 del discurso, tal derecho debe depender: 1), de su importancia para la Matemática moderna o de sus aplicaciones a la ciencia moderna o a la técnica; 2), de sus relaciones con otras ramas del saber; 3), de las dificultades intrínsecas de las ideas que presupone.

* * *

Un propósito fundamental ha guiado la pluma al redactar estas notas sobre la enseñanza de la Matemática en los Estados Unidos: llamar la atención de los profesores españoles hacia el tema. Terminamos el trabajo haciendo votos por que en nuestra patria la enseñanza de la Matemática se eleve hasta la altura que le corresponde.

RAMÓN CRESPO PEREIRA