

## Un modelo cualitativo de sistema de enseñanza, por ANDRES CRISTOBAL

### 1. INTRODUCCION

La didáctica consiste, sobre todo, en una «transmisión de información» con fines educativos. La definición anterior sólo pretende preparar un enfoque formal de lo que se entiende por «sistema de enseñanza».

Si bien en el lenguaje común la «formalización» expresa una acción cuyo significado tiene un grado más o menos fuerte de abstracción, a lo largo de estas páginas «formalización» lo usamos como sinónimo de proceso no empírico, y en vez de preocuparnos por la cantidad de «verdad» del modelo que más adelante desarrollamos, nos interesa su generalidad y coherencia. Generalidad significa mayor campo en el rango de las aplicaciones del modelo. Ciertamente, la mayor generalidad restringe la utilidad en las aplicaciones concretas. Por otra parte, la generalidad del modelo sólo está basada en una coherencia del tipo «algebraico». Ahora bien, este trabajo sólo está relacionado con la formulación axiomática del modelo y no se exponen las conclusiones. Sin embargo, el hecho de que la variedad de sistemas de enseñanza sea ligeramente menor o igual a la cantidad de educadores, favorece el interés de pretender un modelo cualitativo formal sobre tales sistemas. Por último, consideramos el «sistema de enseñanza» como unidad compleja mínima del aparato educativo.

### 2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Consideramos el conjunto de reglas que transforman el «estado» científico-cultural de una persona.

Nuestra primera tarea consiste en aclarar la acción de las «reglas de transformación» anteriores.

Aquello sobre lo que actúa, lo llamamos «operando». Un ejemplo de «operando» es un alumno; otro «operando» muy distinto puede ser un «grupo» de alumnos; nótese que aquí grupo no debe entenderse como una simple enumeración de individuos, sino como un todo, etc.

El factor de las «reglas de transformación» —diremos «transformaciones», por brevedad— lo llamamos «operador». El «operador» acumula unos mensajes, así como las reglas de utilización de tales mensajes. Un ejemplo de operador es un «docente vivo». Una máquina de enseñar, otro, etc. Las «reglas de utilización» de este párrafo son distintas de las «reglas de transformación» o «transformaciones» dichas anteriormente.

En resumen, el «operador» es sólo un portador de lo que actúa sobre el operando para transformar el estado en que lo encuentra. Por tanto, no será de interés en nuestro modelo, como se verá más adelante.

Definimos un «estado» como un conjunto de propiedades o condiciones más o me-

nos complejas y reconocibles e interesantes en el «operando».

Decimos que el «operando» es susceptible de tomar diversos «estados», es decir, de «cambiar».

El paso de un «estado» a otro «estado» lo denominamos transiciones. Las transiciones se realizan —lo suponemos— en períodos discretos de tiempo. Esta condición, si se piensa, es bastante razonable y menos teórica de lo que podría parecer en principio.

El «operando» en sí tampoco interesa al modelo que construiremos, sino sus diversos «estados» y «transiciones» de un «estado» a otro.

La sucesión de «estados» define una «trayectoria» o línea de comportamiento. Ante todo, la preocupación de los pedagogos consistiría en «minimizar» esta «trayectoria». Por otro lado, «optimizarla» también en algún sentido político-cultural, por ejemplo: qué interesa más, ¿formar doscientos buenos profesores de Instituto o dos buenos investigadores? Piénsese que en la disyuntiva de este ejemplo —muy actual en algunas Universidades extranjeras— puede que una cosa no tenga gran relación en común con la otra. Etcétera.

Puesto que no interesa lo que el «operando» sea realmente —con lo que evitamos toda una problemática psicológica, social, etc.—, al menos formalmente si no su «estado», debe tenderse, y así se hace en la práctica cotidiana del maestro, en la determinación del «estado» a una gran simpleza y exactitud. Por ejemplo, el estado de Pérez el día 10 de febrero de 1970 es «no saber derivar». Dos meses más tarde el estado podría ser «sabe derivar».

Por otra parte, el «operador» que hace actuar las reglas es esencialmente complejo, por lo que producirá alteración en el comportamiento de un sistema muy general que al final del trabajo definiremos.

Las «transiciones», sin embargo, están perfectamente bien definidas, pues se refieren a los hechos de los cambios y no a las razones más o menos hipotéticas que los provocan.

Hasta este punto hemos descrito unas declaraciones intuitivas de los elementos que soportarán nuestro modelo formal; elementos, por otra parte, menos precisos

y exactos que el mismo sistema formal que describiremos. Son esos elementos, además, el dominio más importante de las teorías intuitivas con que se trabaja generalmente en las exposiciones didácticas. También, añadimos, el dominio ha partido de una selección ambigua. Recalquemos: tanto el dominio como los elementos de una posible teoría intuitiva de la educación tienen un alto grado de indeterminación, y aún más, cualquier sentencia que se proponga en el dominio de los resultados. Es, por tanto, deseable que nuestro sistema formalizado —que no es más— que una aproximación de las ideas intuitivas de partida, posea un criterio que mida lo «adecuado» del sistema. Un criterio de «adecuado» para nuestro sistema es que sea en él sobreentendidas las interpretaciones intuitivas anteriores. Otro criterio de «adecuado» sería su potencia categórica, o sea, que admita una sola interpretación y otras interpretaciones del sistema fueran isomorfas. Pero este último criterio rebajaría el interés de nuestra formalización. Advertimos, también, para las personas que no tengan alguna costumbre en los avatares de las formalizaciones, lo que suele ocurrir cuando se formaliza una teoría intuitiva: suele ocurrir que tales formalismos son más complejos que la misma teoría.

Un refrendo muy agradable para nuestro sistema sería su complitud, es decir, un sistema es completo si, y sólo si, toda sentencia no ambigua en el sistema, o su negación, es verdadera. Pensamos que nuestro sistema es completo en este sentido, pero no sabemos qué sucederá con las proposiciones «interpretativas» que se lo puedan preguntar; pues no es claro que una formalización «adecuada» sea completa en este sentido.

### 3. SISTEMA DE TRANSICIÓN EDUCATIVO

Necesitamos añadir unas palabras más con relación al «estado» del «operando».

El «estado» como un todo es dado por los diversos «estados» más simples.

La nómina de los estados debe ser, también, finita, de modo que el estado pueda

considerarse como un vector, o sea, entidad compuesta de un número preciso de componentes simples, y recalamos, precisas.

El primer problema con que se tropezará en la práctica para fijar el «estado» del operando será la consideración de lo que puede entenderse por componentes simples y precisos y que sean interesantes o significativos. Problema en el cual no entramos en este trabajo por razones obvias. Mas pongamos un ejemplo:

Sea el alumno Pérez al cual asociamos el siguiente «estado»:

Edad.  
Salud.  
Inteligencia.  
Número de horas que estudia.  
Calificación anterior en Física.

Asignamos las letras  $E, S, I, N, C$ , para las variables anteriores, respectivamente. Tenemos el vector,

$(E, S, I, N, C)$

que se referirá a un tiempo determinado, 10 de enero de 1970, por ejemplo.

Las cuatro variables tienen en común que son acotadas, es decir, su campo de variación tienen extremos, así, por ejemplo, la edad variará en 1, 2, 3, a lo largo de la trayectoria de comportamiento. La salud la considero significativa sólo en tres estados: buena, mala, regular. El número de horas que estudia sólo puede variar entre cero y veinticuatro.

Por último, la calificación obtenida en Física sólo puede encontrarse entre cero y diez.

Por otra parte, todas las coordenadas variables tienen una valoración numérica. (Consideren que la salud será 0, 1, 2, según sea buena, mala, regular, por ejemplo).

Todavía más, es posible y sencillo asociar el «estado» de una manera biunívoca con un número natural, su número de Gödel correspondiente.

Puede ser interesante que el número de coordenadas varíe a lo largo de la trayectoria. Es evidente que nuestro formalismo admite este crecimiento. Por ejemplo:

Sean  $A, B, C$  las variables significativas admitidas como componentes de un cierto

vector «estado» de algún «operando». Supongamos que al cabo de cierto tiempo fuese interesante preguntar sobre el comportamiento de otras nuevas variables  $D, E$ . Bastaría, entonces, considerar siempre un vector «estado» de cinco componentes en vez de tres, asignando el valor cero a los nuevos componentes, mientras no entren en consideración.

Digamos de paso la siguiente definición:

Dos «estados» son iguales cuando las componentes de uno sean iguales a las componentes del otro.

Además, será útil considerar dentro del conjunto de estados susceptibles de ser tomado por un operando, un estado «distinguido» o particular que llamaremos estado inicial. Por ejemplo: el «estado» del señor Pérez el primer día de curso será su inicial. Etcétera.

Ahora bien, ¿qué ocurre cuando el operando no es elemental (un solo alumno) sino un grupo y estoy interesado en un estudio global de sus estados?

Examinemos el vector «estado» descrito anteriormente:

La edad será tan diversa como el número de alumnos, de modo que puede optar por obligar la misma edad, o bien, considerar esta variable no significativa contra la escuela tradicional, o bien, asignar como edad el número de la diferencia entre la edad máxima y mínima, etc. El número de horas dedicado al estudio sería el valor medio de cada uno de los valores particulares, o bien, un valor dado de antemano y exigible, etc. La calificación pasada en Física sería nuevamente el valor medio, pero esta vez añadiríamos, sería conveniente, otra nueva variable coordenada: la dispersión de esta media, etc.

Por definición, a la tripleta,

$(E, T, e_0)$

la llamamos Sistema de transición educativo. Donde  $E, T, e_0$  representan lo siguiente:

$E::$  = Conjunto de «estados» del operando.

$T$  = Transiciones.

$e_0::$  =  $e_0 \in E$ , «estado» inicial del sistema.

Los ejemplos propuestos han sido sencillos, pero el valor del sistema alcanza,

como es obvio, su interés cuando el «tamaño» del sistema fuese considerable.

Nuestro sistema de transición educativo es «determinístico», es decir, las transiciones actúan sobre un estado dado y alcanzan otro estado dado, según el proyecto político-cultural decidido al propósito.

Puede argüirse que un modelo práctico sería «no determinístico» —cosa que no es completamente cierta—, si bien no había inconveniente en considerar el sistema como un conjunto de sistemas. Por otro lado, al tránsito de un «estado» en «otro» le asociaríamos un número, su probabilidad de «paso» sería más o menos alto según la práctica o proyecto.

Lo que en la práctica ocurre, generalmente, es que el sistema no está completamente especificado. El interés de nuestro formalismo está, precisamente, en este caso, sólo que por falta de tiempo no hemos podido desarrollar este punto.

Por otro lado, cuando interesan plurienseñanzas partiendo de un estado inicial dado, nuestro sistema está preparado para ello, como es claro.

Por último, decimos que cuando en la práctica el comportamiento fuera muy distinto del establecido, al sistema lo llamamos «caótico» —esta vez el alumno Pérez no tendría «culpa» de nada.

Cuestión:

¿Cuándo podremos decir que un sistema es menor o igual a otro?

#### 4. SISTEMA DE ENSEÑANZA

Veamos de aproximar nuestro Sistema de Transición de Educativo a la Realidad.

«Cambio» en un sistema de transición puede referirse a dos cosas muy diferentes:

A un cambio de «estado» en «estado» que se produce por vía interna.

Y también a un cambio de transformación en transformación, que es un cambio en el comportamiento del sistema y que se produce a capricho del operador o factor externo, que hasta este momento no habíamos introducido.

Entonces llamo parámetro al subíndice

que me señala el valor de la transformación que actúa en cada momento sobre los «estados» del sistema.

El parámetro, como algo que puede variar, lo llamaremos «entrada del sistema» o, brevemente, «entrada».

Las «entradas» consisten en cualquier decisión externa, ya sea debida al azar o producto de un plan que ejerce el «operador». Cualquier subconjunto del conjunto de las entradas lo llamo «comportamiento» o también «programa» del sistema.

Veamos qué ocurre ahora:

Sean  $X = \{X_i\}$  las entradas, a cada entrada le hago corresponder una transformación

$$X_i \longrightarrow t_{xi}$$

tal que, sea una función del conjunto de «estados» en sí mismo. El esquema completo sería:

$$X_i \longrightarrow t_{xi} : E \longrightarrow E$$

Entonces sería tiempo de definir una función de estado próximo, que llamo «decisión», tal que para todo elemento de  $X$  y de  $E$ , se verifique,

$$L : (X \times E) \longrightarrow E$$

tal que:

$$L(X_i, e) = t_{xi}(e)$$

con  $e \in E$ .

Es obvio generalizar  $L$ , a una función que actúa sobre conjuntos de entradas o programas. Se deja al lector.

Definimos, al fin, Sistema de Enseñanza, como la 4-upla siguiente:

$$(X, E, L, e_0)$$

donde:

$X::$  = Conjunto de entradas del Sistema.

$E::$  = Conjunto de estados del Sistema.

$L::$  = Una aplicación tal que

$$L : (X \times E) \longrightarrow E$$

$e_0::$  = «Estado» inicial del Sistema.

#### CUESTIONES

Podría ser útil desarrollar Sistemas de Enseñanza de Matemáticas, Física, etc., por separado. ¿Cómo podríamos realizar

entonces el «acoplamiento» de tales Sistemas?

Podría ser útil restringir cada elemento de la 4-upla de forma que nuestro sistema tuviera un comportamiento lineal. Podríamos definir una matriz de comportamiento, etc.

¿Cómo definiríamos cuando un Sistema de Enseñanza es menor o igual a otro?

Daremos otra definición:

Un «estado»  $e_i$  del Sistema es «accesible» si existe un  $X_i$ , tal que

$$L(X_i, e_0) = e_i$$

Un sistema en el cual todos los estados son accesibles lo llamaremos «perfecto».

### SALIDA DEL SISTEMA

La finalidad del Sistema descrito debe explicar las restricciones que pongamos en la «realidad» de las definiciones anteriores. La afirmación de la «finalidad» del Sistema está encomendada a un subconjunto del conjunto de «estados» que llamaremos conjunto de estados finales, o mejor «Salida del Sistema, o bien salida, por brevedad».

Nosotros no estamos preparados para tratar la finalidad que un proyecto de enseñanza deba alcanzar, pues los aspectos político-culturales que requiere vislumbrar exceden del campo de nuestra documentación. Sin embargo, usaremos algunos ejemplos sencillos para demostrar cómo nuestro modelo formalizado puede observarlos.

Supongamos que estamos interesados en que las disciplinas alcanzadas en el Sistema sean de aplicación inmediata a un tipo de industria determinada; es decir, queremos huir, de momento, de sistemas cuyos últimos estados accesibles sean de forma que hagan repetir: El joven ingeniero Pérez, después de cinco años de prácticas, será un buen ingeniero. Dotaríamos al sistema de un mecanismo de «estabilidad» entonces.

Si estamos empeñados, por otra parte, de conseguir en el alumno Pérez un equilibrio entre el empeño que se pone en la disciplina y la adaptación social y emocional, incluiríamos en cada estado una

«información» adicional—que no sería propia del estado—de «autobloqueo». Es decir, deberíamos conseguir un sistema conexo, pero no fuertemente conexo.

Si quisiéramos un equilibrio entre los temas profesionales y vocacionales, probablemente el grafo de nuestro sistema incluiría numerosos *bucles*.

Así, pues, nuestro Sistema queda dotado de salida. (Un examen es un ejemplo trivial de salida.)

Pero la «salida» requiere una nueva función, que llamaremos «función de salida», que no es más que un procedimiento que nos haga «observable» el sistema.

En definitiva, llamamos Sistema de Enseñanza con salida a la 6-upla.

$$(X, E, e_0, F, D, B)$$

donde  $X, E, e_0, F, D, B$ , se definen como antes.

$F:: = F \in E$  subconjunto de estados, llamados «salida» del sistema.

$B:: =$  una aplicación tal que

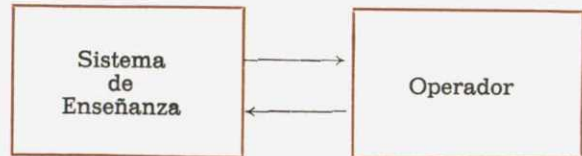
$$D : E \longrightarrow F$$

llamada aplicación de «salida».

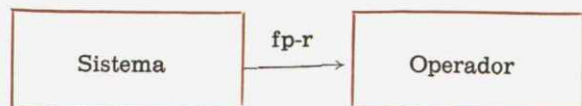
### RETROALIMENTACION

En este punto es esencial la entrada en funciones del complejo «operador» que hasta ahora poseía un reflejo pálido en todo el anterior desarrollo. Y justo en este punto volvemos a las pinturas intuitivas del comienzo del trabajo presente.

Estableceremos unos canales de comunicación entre el «operador» y el Sistema formal definido. Esta comunicación será una retroalimentación como muestra la figura.



Esta retroalimentación del operador con el Sistema y viceversa induce las funciones que llamaremos «funciones pregunta-respuesta».



Un sistema de enseñanza con retroalimentación lo denominaremos Sistema de Enseñanza Dinámica.

La retroalimentación tiene implicaciones con el mundo exterior muy intensas. Así por ejemplo, la retroalimentación exige que se preste atención a la arquitectura del edificio donde se imparten las enseñanzas, en particular sobre el diseño del aula.

Una retroalimentación, creemos, exige dos tipos de aula respecto a sus dimensiones: Aulas de capacidad hasta 10-20 alumnos. Aulas de 5-10 alumnos. Un sistema a nivel superior exige, además, un tercer tipo de aula, de 150-200 alumnos de capacidad.

La retroalimentación tiene efecto también, y notable, sobre los horarios de las lecciones si se pretende que los alumnos puedan aprender lo que se espera que aprendan.

Si es cierto que el alumno busca, percibe, responde, recuerda y tiene en cuenta la información múltiple que bombardea sus sentidos, filtrando los estímulos que no son significativos, entonces un horario inflexible —por ejemplo, con clases seguidas de descansos de 5-10 minutos— interrumpe la «atmósfera» que pretende el «operador» y a veces impide cierto tipo de reforzamiento. Ese horario sólo sirve para que antes que suene el timbre los alumnos revuelvan los libros de la próxima clase mientras sitúan su memoria *in off*.

## EXITO - FRACASO

Las escuelas no pueden deshumanizarse por la introducción de una técnica mejor, y no lo harán.

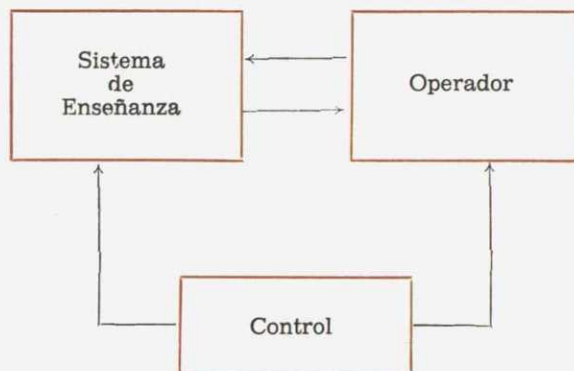
Pero el individuo a veces fracasa, y dentro de la educación constituye un capítu-

lo difícil el de la valoración de los conocimientos, o sea, medir la unidad del comportamiento en el término. Es posible que la exigencia de «demostraciones» —exámenes, test, etc.—, tan fuerte hoy en día, es más una «necesidad» de la sociedad que una justificación de la enseñanza misma.

En particular pensamos que cuanto más preciso fuera el Sistema de Enseñanza, más fáciles serían los métodos de asignar notas, al menos carecerían de la importancia que hoy poseen dentro de la pedagogía.

En definitiva, puede que no sea exagerado pensar que cuanto más importancia alcance el contexto (éxito - fracaso) menos riguroso resulte el planteamiento concreto del Sistema de Enseñanza.

Para terminar, estableceremos un órgano central de control dentro de nuestro sistema dinámico, como muestra la figura:



Este control puede consistir en exámenes, programas más amplios, etc., que actúan en caso conveniente el *status* del Sistema de Enseñanza Dinámico.

## BIBLIOGRAFIA

ANDRÉS CRISTÓBAL: *El sistema de enseñanza como un modelo formal*. Universidad Laboral de Alcalá de Henares; marzo 1968.