MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL	**PILOTO DE LA PRUEBA PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD** **1.º de Bachillerato** **Curso 2022-2023**	**Matemáticas I** # A

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Esta prueba consta de **tres unidades de evaluación**. Una unidad de evaluación consiste en un enunciado en el que se plantea una situación de la realidad y a continuación se propone un problema y dos cuestiones.

Después **de leer atentamente** las tres unidades de evaluación, deberá responder de forma razonada a **dos de ellas**. En total tendrá que resolver **dos problemas** y responder a **cuatro cuestiones**.

En la hoja de respuestas indique qué unidades de evaluación va a responder y marque claramente el código de cada problema o cuestión que vaya a contestar. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Cada problema correcta y completamente resuelto se valorará con 3 puntos. Cada cuestión correctamente respondida y razonada se valorará con 1 punto. La valoración de cada apartado se especifica en el enunciado.

En esta página se recogen fórmulas que pueden ser necesarias para resolver el ejercicio. Puede que no sea necesario utilizar todas ellas. El separador decimal empleado en los enunciados es el punto.

Puede emplearse cualquier tipo de calculadora, siempre que no disponga de conexión a Internet ni posibilidad de transmisión de datos.

TIEMPO MÁXIMO PARA LA PRUEBA: 105 MINUTOS

ALGUNAS FÓRMULAS

Distancia entre dos puntos $A = (x_1, y_1)$ y $B = (x_2, y_2)$:

$$d(A,B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ecuación vectorial de la recta: $A = (x_1, y_1)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$(x, y) = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \vec{v} \qquad \lambda \epsilon \mathbb{R}$$

Ecuación paramétrica de la recta:

$$r\!: \begin{cases} x = x_1 + \lambda \cdot v_1 \\ y = y_1 + \lambda \cdot v_2 \end{cases} \qquad \lambda \epsilon \mathbb{R}$$

Ecuación continua de la recta:

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Ecuación general de la recta: $ax + by + c = 0$

Ecuación explícita de la recta: $y = m \cdot x + n$

Velocidad: $v = \frac{e}{t}$

Forma cartesiana de un número complejo: z = (a, b)

Forma binómica de un número complejo:

$$z = a + b \cdot i$$

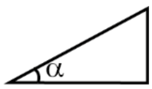
Forma polar de un número complejo:

z = Módulo $_{\text{argumento (ángulo } \alpha)}$

Forma trigonométrica de un número complejo:

z = Módulo $\cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$

En un triángulo rectángulo, si $0 < \alpha < 90°$



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$$

Unidad de evaluación: El circuito Ricardo Tormo de Cheste

El Circuito de la Comunidad Valenciana Ricardo Tormo es un autódromo situado en Cheste en la provincia de Valencia. Fue construido en el año 1999 y está previsto que, como mínimo, siga albergando el Gran Premio de la Comunidad Valenciana, prueba puntuable para el Campeonato del Mundo de Motociclismo, hasta 2023. Cuenta con una capacidad para 165 000 espectadores y tiene el nombre del campeón de motociclismo valenciano Ricardo Tormo, doble campeón del mundo de 50 cc.

Código CP1. Circuito. Problema 1

Observe el plano del circuito a escala. Cuenta con un trazado principal de 4005 metros de longitud, una recta principal de, aproximadamente, 876 metros y 14 curvas (numeradas en el plano desde el punto de origen y final señalizado con la letra O).

Según las informaciones de la prensa deportiva, Cheste es un circuito estrecho. Esta característica, junto con las curvas cerradas y las rectas cortas dificultan los adelantamientos. Este circuito presenta la velocidad media más baja de todos los circuitos en los que se celebra el campeonato del mundo, con 157 km/h.

Dani Pedrosa, el piloto con más victorias de este circuito, explica que es justo en el tramo de recta entre las curvas 11 y 12, delimitado por los puntos E y F, donde se puede lanzar ese último ataque para llegar a meta en primera posición cuando se disputa una carrera muy apretada.

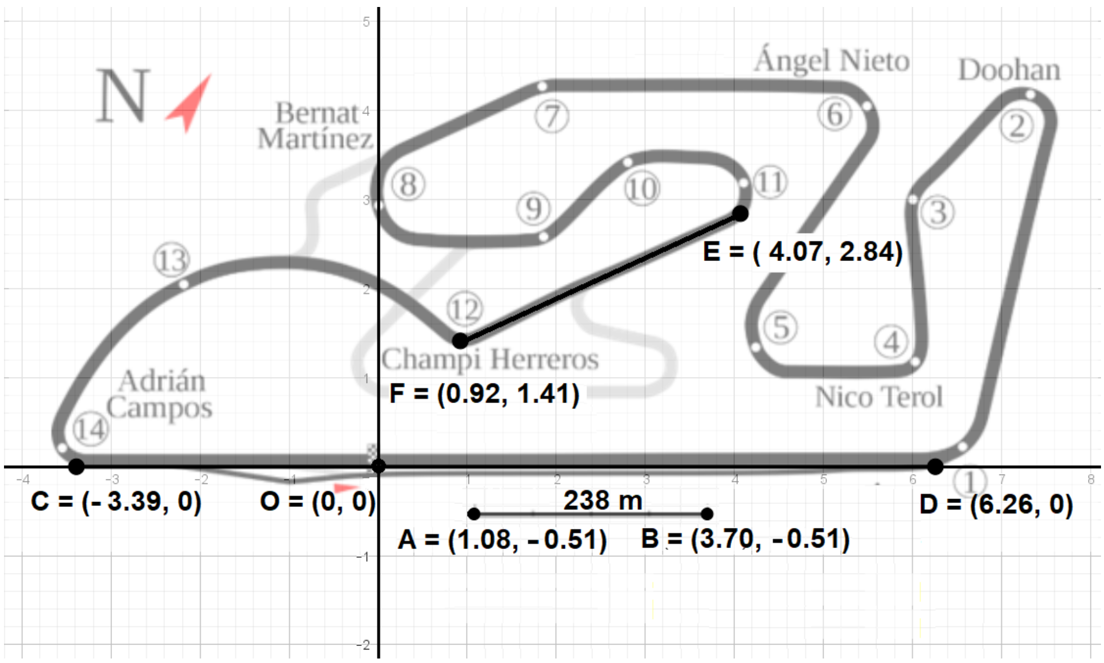


Imagen bajo licencia Creative Commons .Wikimedia Commons. Coordenadas adaptadas

Con los datos anteriores:

a) **(1 punto)** Verifique, a través de la información que aparece en el plano (segmento AB), que la longitud de la recta principal del circuito, delimitada por los puntos C y D, coincide aproximadamente con la que se da en la descripción del circuito.

b) **(1 punto)** El dron que retransmite las imágenes necesita conocer la expresión algebraica de la ecuación de la recta que pasa por los puntos E y F. Construya la ecuación general de dicha recta.

c) **(1 punto)** Calcule el tiempo (en segundos) del que disponen los pilotos para realizar un adelantamiento entre los puntos E y F, suponiendo que en ese tramo van a la velocidad media que presenta en este circuito (tiempo que tardarían en recorrer esa recta).

CÓDIGO CC1. CIRCUITO. CUESTIÓN 1

En los eventos y concentraciones como los de un Gran Premio de Motociclismo, en los que hay muchos desplazamientos por carretera, desde la Dirección General de Tráfico (DGT) se hace hincapié en la prudencia, la velocidad y el consumo de alcohol. La recomendación es no conducir nunca bajo los efectos del alcohol, por muy baja que sea su concentración en sangre. La siguiente tabla muestra los límites de concentración de alcohol en sangre permitidos por la DGT.

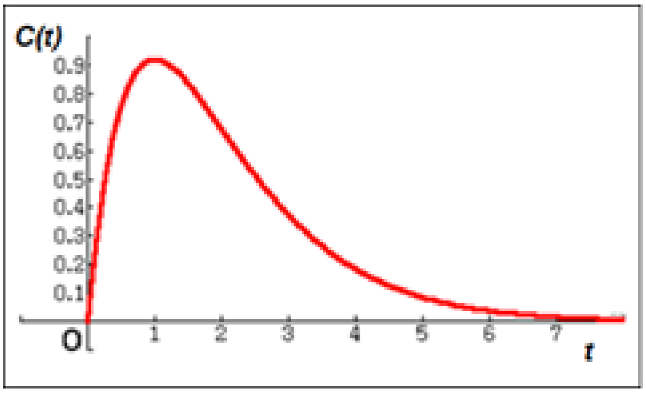
Tasa de alcoholemia	TIPO DE CONDUCTOR	EN SANGRE
	Conductores en general	0.5 g /l
	Noveles y profesionales	0.3 g/l

Tabla 1: límites establecidos por la normativa actual de la DGT

Supongamos que la tasa de concentración en sangre viene dada, en general, por la función

$$C(t) = 2.5 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad t\epsilon[0, +\infty)$$

siendo t el tiempo en horas desde la ingesta de alcohol y C(t) la concentración de alcohol en sangre en g/l. La gráfica de la función es la siguiente:



Se pide:

(0.5 puntos cada tipo de conductor: 1 punto en total) ¿A partir de qué momento, tras la ingesta de alcohol, un conductor puede estar seguro de que no supera el límite establecido? Proporcione una respuesta para cada tipo de conductor. La respuesta debe ser lo más aproximada posible.

CÓDIGO CC2. CIRCUITO. CUESTIÓN 2

Dos proveedores, Amotalia y Bemotos, proporcionan a la industria de la motocicleta 1400 y 1100 piezas de unas determinadas características, respectivamente. El 2 % de las piezas producidas por Amotalia y el 3 % de las de Bemotos son defectuosas. Se pide:

a) **(0.5 puntos)** Complete la tabla:

	Piezas defectuosas	**Piezas no defectuosas**	**Total**
Proveedor Amotalia			
Proveedor Bemotos			
Total			2500

b) **(0.5 puntos)** Calcule de forma razonada la probabilidad de que una pieza provenga del proveedor Amotalia sabiendo que es defectuosa.

UNIDAD DE EVALUACIÓN: ESTRELLA MUDÉJAR

En el arte mudéjar se repiten diferentes motivos y patrones geométricos. Uno de ellos es la estrella mudéjar de 8 puntas que se muestra en la Figura 1:

Figura 1: Detalle de la Catedral de Zaragoza en el que se aprecian estrellas mudéjares

(font https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia_laseo.htm, José María Sorando)

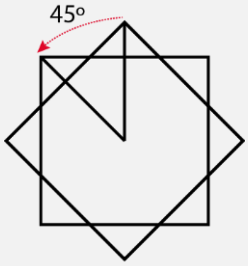


Figura 2: Construcción de una estrella mudéjar a partir de dos cuadrados iguales

Para generar el perfil de una de estas estrellas mudéjares, se pueden utilizar dos cuadrados del mismo lado, girando uno de ellos 45º como se observa la Figura 2.

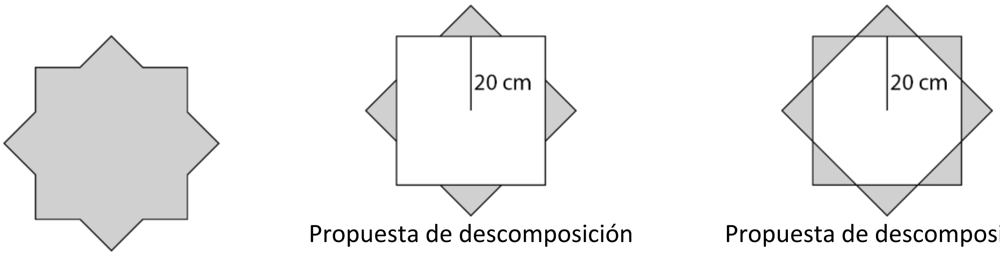
CÓDIGO EP1. ESTRELLA MUDÉJAR. PROBLEMA 1

En unas obras de restauración de la catedral se necesita volver a poner azulejos en una zona del muro que contiene **estrellas mudéjares** como las que se observan en la Figura 1 y que se esquematizan en la Figura 3. Estas estrellas se construyen a partir de dos estrellas mudéjares concéntricas de distinto tamaño. La parte interior de la pequeña se rellena de azulejos blancos y la parte que queda entre ambas se rellena con azulejos de color.

Figura 3

Con la información anterior:

a) **(1.5 puntos)** Calcule, en metros cuadrados, la superficie de la estrella exterior, basada en el cuadrado de 40 cm de lado. Observe la Figura 4 en la que se muestra que la estrella puede descomponerse de varias formas: un cuadrado y 4 triángulos; o 1 octógono y 8 triángulos, entre otras:



Propuesta de descomposición 1

Propuesta de descomposición 2

Figura 4

b) **(1.5 puntos)** Para realizar la reforma se necesitan cinco piezas como las de la Figura 3 cuya parte exterior se basa en un cuadrado de **40 cm de lado** y el interior de **30 cm de lado**. Si los azulejos de color cuestan a 400 € el metro cuadrado y los blancos a 100 € el metro cuadrado, calcule el precio de la reforma.

Observación: Si no ha resuelto el apartado anterior, suponga que el resultado de ese apartado fuera 0.25 m^2.

CÓDIGO EC1. ESTRELLA MUDÉJAR. CUESTIÓN 1

Los arquitectos que planifican la reforma necesitan conocer las coordenadas de varios puntos para hacer los planos. Han representado una estrella en unos ejes de coordenadas, como se muestra en la Figura 5. La figura se ha girado respecto al eje horizontal.

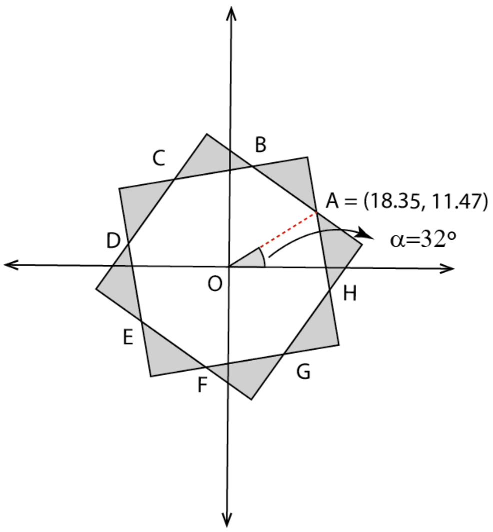
Como habrá observado, los puntos A, B, C, D, E, F, G y H forman un octógono regular, como se muestra en la Figura 5. Las coordenadas del punto A son (18.35, 11.47).

Como usted sabe, los vértices de un octógono son los afijos(*) de las raíces octavas de un número complejo.

a) **(0.25 puntos)** Calcule el ángulo que forma el eje de abscisas con el segmento OD (argumento del número complejo cuyo afijo es D).

b) **(0.5 puntos)** Calcule el módulo de $\overrightarrow{OD}$ (módulo del número complejo cuyo afijo es D). Escriba el número complejo cuyo afijo es D en forma polar.

c) **(0.25 puntos)** Calcule las coordenadas cartesianas de D.

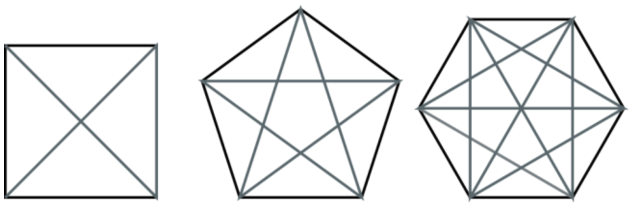


(*) Afijo: punto del plano que representa las coordenadas cartesianas de un número complejo.

Figura 5

CÓDIGO EC2. ESTRELLA MUDÉJAR. CUESTIÓN 2

(1 punto) Para los actos conmemorativos de uno de los centenarios de la catedral, la ciudad ha decidido decorar las calles con distintos elementos geométricos. Un tipo de piezas que se colgarán sobre las calles consiste en perfiles metálicos con forma de polígono regular. Las diagonales de los polígonos se adornarán con cintas de colores.



Una de las siguientes fórmulas proporciona el número cintas que se necesitarán para decorar cada uno de los aros poligonales según **el número de lados que tenga, al que denominamos n**.

Seleccione la fórmula que representa el número de cintas necesarias según el número de lados del polígono. Solo una respuesta es correcta. **Razona la respuesta.**

A. $(n-3)\cdot(n-2)$	C. $\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{3}$
B. $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$	D. $(n-3)^2\cdot\ (n-2)$

UNIDAD DE EVALUACIÓN: ALQUILER DE HAMACAS Y SOMBRILLAS

Una empresa que alquila en la playa hamacas y sombrillas ha calculado que en temporada alta puede alquilar cada hamaca durante un total de 12 horas al día. Antes de fijar el precio de alquiler por hora analiza experiencias anteriores, teniendo en cuenta la inflación y la situación del mercado. Sabe que:

- Si el alquiler por hora fuera 0 € la hamaca estaría todas las horas del día alquilada.
- Si el alquiler por hora fuera 96 céntimos o más, a los clientes les parecería demasiado caro y no alquilaría ninguna hamaca.
- Para precios del alquiler entre 0 euros y 96 céntimos por hora, por cada 8 céntimos de aumento en el precio la hamaca se alquilaría una hora menos.

CÓDIGO HP1. ALQUILER DE HAMACAS Y SOMBRILLAS. PROBLEMA 1

La empresa modelizó el tiempo de alquiler de cada hamaca en la temporada según el siguiente modelo lineal:

$$\mathrm{T}(\mathrm{p}) = 12 - \frac{\mathrm{p}}{8} \qquad \text{con} \quad 0 \leq \mathrm{p} \leq 96$$

Donde p es el precio del alquiler por hora y T(p) el tiempo, en horas, en que la hamaca estaría alquilada al día si se fija el precio en p céntimos.

a) **(0.5 puntos)** Represente la gráfica de la función.

b) **(1 punto)** Muestre si la función con la que modelizó la empresa el tiempo que la hamaca está alquilada en función del precio cumple las tres condiciones descritas.

c) **(1.5 puntos)** El beneficio que obtiene el empresario por día vendrá dado por:

$$\mathrm{B}(\mathrm{p}) = \mathrm{p} \cdot \mathrm{T}(\mathrm{p})$$

Determine el precio al que debería fijar el alquiler por hora para obtener el mayor beneficio y calcule dicho beneficio. Represente la función.

CÓDIGO HC1. ALQUILER DE HAMACAS Y SOMBRILLAS. CUESTIÓN 1

(1 punto)

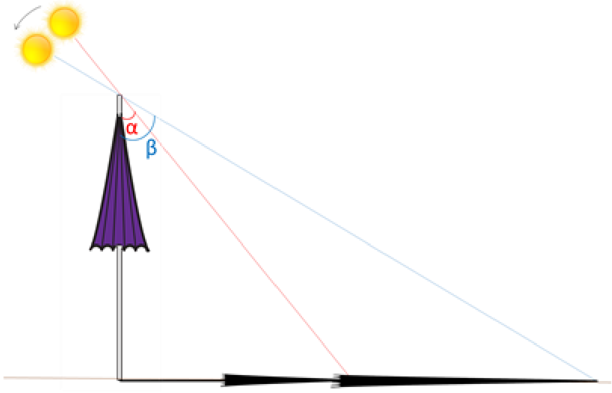
El encargado del alquiler de las hamacas observa la sombra que proyecta una sombrilla al final del día y se da cuenta de que en media hora la longitud de la sombra se ha duplicado. Observe el dibujo, en el que se ha dibujado la situación de forma esquematizada mostrando ambas sombras en el mismo plano, y responda **de forma razonada** cuál de las siguientes afirmaciones es cierta:

A. $\beta = 2 \cdot \alpha$

B. $\operatorname{sen} \beta = 2 \cdot \operatorname{sen} \alpha$

C. $\cos \beta = 2 \cdot \cos \alpha$

D. $\operatorname{tg} \beta = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$



CÓDIGO HC2. ALQUILER DE HAMACAS Y SOMBRILLAS. CUESTIÓN 2

(1 punto)

A 30 de agosto la empresa tiene los datos del número de horas que ha alquilado una hamaca cada día del mes y ha calculado que en media se alquiló 9 horas cada día. Faltan por conocer las horas que se alquilará el día 31. Seleccione cuál de las siguientes opciones es correcta (solo hay una) y argumente la respuesta.

A. La mediana del conjunto de datos va a ser mayor.

B. La media va a ser menor al dividir entre 31 en vez de entre 30.

C. Como los datos van a sumar más, la media va a ser mayor.

D. Puede ser que la media no cambie, pero sin saber el nuevo dato no se puede asegurar.