



MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN  
Y FORMACIÓN PROFESIONAL

## PILOT DE LA PROVA PER A L'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

1r de Batxillerat  
Curs 2022-2023

Matemàtiques I

# A

### INSTRUCCIONS GENERALES I QUALIFICACIÓ

Aquesta prova consta de **tres unitats d'avaluació**. Una unitat d'avaluació consisteix en un enunciat en el qual es planteja una situació de la realitat i a continuació es proposa un problema i dues qüestions.

Després **de llegir atentament** les tres unitats d'avaluació, n'haureu de respondre de manera raonada **dues**. En total haureu de resoldre **dos problemes** i respondre **quatre qüestions**.

Al full de respostes indiqueu quines unitats d'avaluació respondreu i marqueu clarament el codi de cada problema o qüestió que contestareu. Totes les respostes hauran d'estar degudament justificades.

Cada problema resolt completament i correctament es valorarà amb 3 punts. Cada qüestió resposta i raonada correctament es valorarà amb 1 punt. La valoració de cada apartat s'especifica a l'enunciat.

En aquesta pàgina hi ha fórmules que poden ser necessàries per resoldre l'exercici. Pot ser que no sigui necessari utilitzar-les totes. El separador decimal empleat als enunciats és el punt.

Pot emprar-se qualsevol tipus de calculadora, sempre que no disposi de connexió a internet ni possibilitat de transmissió de dades.

**TEMPS MÀXIM PER A LA PROVA: 105 MINUTS**

### ALGUNES FÓRMULES

Distància entre dos punts  $A = (x_1, y_1)$  i  $B = (x_2, y_2)$ :

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Equació vectorial de la recta:  $A = (x_1, y_1)$  i  $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$(x, y) = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \vec{v} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació paramètrica de la recta:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + \lambda \cdot v_1 \\ y = y_1 + \lambda \cdot v_2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació contínua de la recta:

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Equació general de la recta:  $ax + by + c = 0$

Equació explícita de la recta:  $y = m \cdot x + n$

Velocitat:  $v = \frac{e}{t}$

Forma cartesiana d'un número complex:  $z = (a, b)$

Forma binòmica d'un número complex:

$$z = a + b \cdot i$$

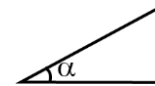
Forma polar d'un número complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot \text{argument (angle } \alpha)$$

Forma trigonomètrica d'un número complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$$

En un triangle rectangle, si  $0 < \alpha < 90^\circ$



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}}$$

## UNITAT D'AVALUACIÓ: EL CIRCUIT RICARDO TORMO DE XEST

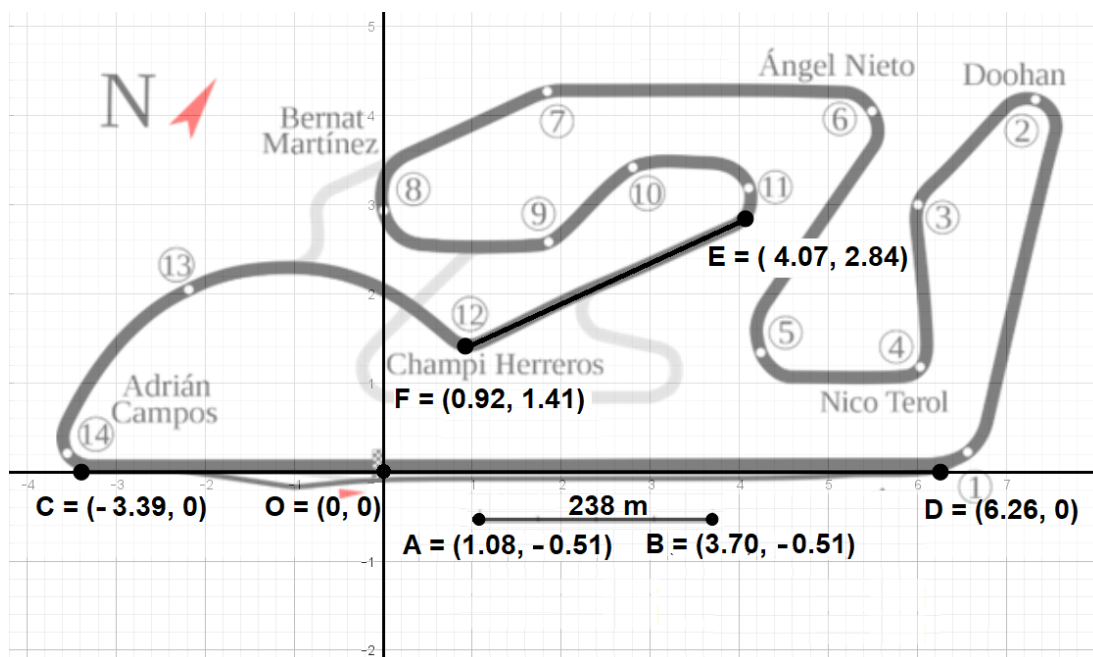
El Circuit de la Comunitat Valenciana Ricardo Tormo és un autòdrom situat a Xest a la província de València. Va ser construït l'any 1999 i està previst que, com a mínim, segueixi albergant el Gran Premi de la Comunitat Valenciana, prova puntuable per al Campionat del Món de Motociclisme, fins al 2023. Compta amb una capacitat per a 165 000 espectadors i té el nom del campió de motociclisme valencià Ricardo Tormo, doble campió del món de 50 cc.

### CODI CP1. CIRCUIT. PROBLEMA 1

Observeu el plànol del circuit a escala. Compteu amb un traçat principal de 4005 metres de longitud, una recta principal de, aproximadament, 876 metres i 14 corbes (numerades en el plànol des del punt d'origen i final senyalitzat amb la lletra O).

Segons les informacions de la premsa esportiva, Xest és un circuit estret. Aquesta característica, juntament amb les corbes tancades i les rectes curtes dificulten els avançaments. Aquest circuit presenta la velocitat mitjana més baixa de tots els circuits en què se celebra el campionat del món, amb 157 km/h.

Dani Pedrosa, el pilot amb més victòries d'aquest circuit, explica que és just en el tram de recta entre les corbes 11 i 12, delimitat pels punts E i F, on es pot llançar aquest últim atac per arribar a meta en primera posició quan es disputa una carrera molt ajustada.



Amb les dades anteriors:

- (1 punt)** Verifiqueu, a través de la informació que apareix en el plànol (segment AB), que la longitud de la recta principal del circuit, delimitada pels punts C i D, coincideix aproximadament amb la que hi ha a la descripció del circuit.
- (1 punt)** El dron que retransmet les imatges necessita conèixer l'expressió algebraica de l'equació de la recta que passa pels punts E i F. Construïu l'equació general d'aquesta recta.
- (1 punt)** Calculeu el temps (en segons) que tenen els pilots per fer un avançament entre els punts E i F, suposant que en aquest tram van a la velocitat mitjana que presenta en aquest circuit (temps que trigarien a recórrer aquesta recta).

## CODI CC1. CIRCUIT. QÜESTIÓ 1

En els esdeveniments i concentracions com els d'un Gran Premi de Motociclisme, en els quals hi ha molts desplaçaments per carretera, des de la Direcció General de Trànsit (DGT) es posa l'accent en la prudència, la velocitat i el consum d'alcohol. La recomanació és no conduir mai sota els efectes de l'alcohol, per molt baixa que sigui la seva concentració en la sang. La taula següent mostra els límits de concentració d'alcohol en la sang permesos per la DGT.

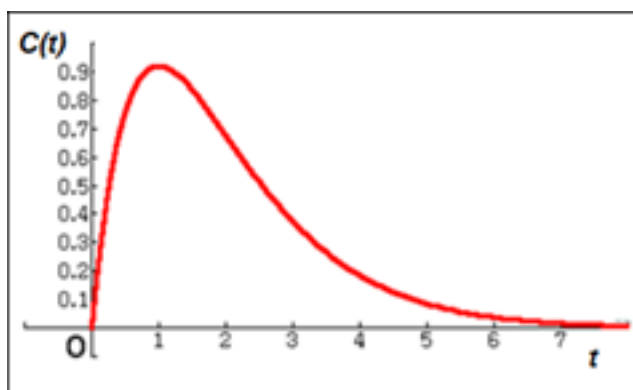
Taxa d'alcoholèmia	TIPUS DE CONDUCTOR	EN LA SANG
	Conductors en general	0.5 g /l
Novells i professionals	0.3 g/l	

Taula 1: límits establerts per la normativa actual de la DGT

Suposem que la taxa de concentració en la sang ve donada, en general, per la funció

$$C(t) = 2.5 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

essent  $t$  el temps en hores des de la ingesta d'alcohol i  $C(t)$  la concentració d'alcohol en la sang en g/l. La gràfica de la funció és la següent:



Se us demana:

**(0.5 punts cada tipus de conductor: 1 punt en total)** A partir de quin moment, després de la ingesta d'alcohol, un conductor pot estar segur que no supera el límit establert? Proporcioneu una resposta per a cada tipus de conductor. La resposta ha de ser el més aproximada possible.

## CODI CC2. CIRCUIT. QÜESTIÓ 2

Dos proveïdors, Amotalia i Bemotos, proporcionen a la indústria de la motocicleta 1400 i 1100 peces d'unes característiques determinades, respectivament. El 2 % de les peces produïdes per Amotalia i el 3 % de les de Bemotos són defectuoses. Se us demana:

a) **(0.5 punts)** Completeu la taula:

	Peces defectuoses	Peces no defectuoses	Total
Proveïdor Amotalia			
Proveïdor Bemotos			
Total			2500

b) **(0.5 punts)** Calculeu de manera raonada la probabilitat que una peça vingui del proveïdor Amotalia tot i sabent que és defectuosa.



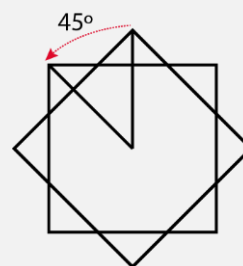
## UNITAT D' AVALUACIÓ: ESTRELLA MUDÈJAR

A l'art mudèjar es repeteixen motius i patrons geomètrics diferents. Un d'ells és l'estrella mudèjar de 8 puntes que mostra la figura 1:



**Figura 1:** detall de la catedral de Saragossa on es veuen estrelles mudèjars

(font [https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia\\_laseo.htm](https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia_laseo.htm), José María Sorando)



**Figura 2:** construcció d'una estrella mudèjar a partir de dos quadrats iguals

Per generar el perfil d'una d'aquestes estrelles mudèjars, es poden utilitzar dos quadrats del mateix costat, girant-ne un  $45^\circ$  com observem a la figura 2.

### CODI EP1. ESTRELLA MUDÈJAR. PROBLEMA 1

En unes obres de restauració de la catedral es necessita tornar a posar rajoles en una zona del mur que conté **estrelles mudèjars** com les que hi ha a la figura 1 i que s'esquemmatitzen a la figura 3. Aquestes estrelles es construeixen a partir de dues estrelles mudèjars concèntriques de grandària diferent. La part interior de la petita s'emplena de rajoles blanques i la part que queda entre ambdues s'emplena amb rajoles de color.

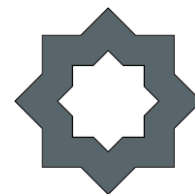
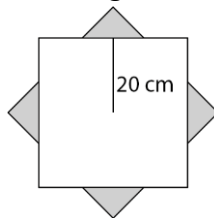
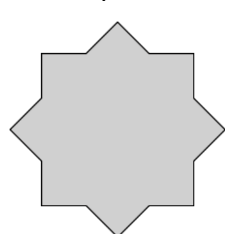


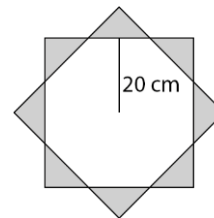
Figura 3

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** calculeu, en metres quadrats, la superfície de l'estrella exterior, basada en el quadrat de 40 cm de costat. Observeu la figura 4 on es mostra que l'estrella pot descompondre's de diverses maneres: 1 quadrat i 4 triangles; o 1 octàgon i 8 triangles, entre d'altres:



Proposta de descomposició 1



Proposta de descomposició 2

Figura 4

- b) **(1.5 punts)** per fer la reforma es necessiten cinc peces com les de la figura 3 la part exterior de la qual es basa en un quadrat de **40 cm de costat** i l'interior de **30 cm de costat**. Si les rajoles de color costen 400 € el metre quadrat i les blanques 100 € el metre quadrat, calculeu el preu de la reforma. **Observació:** Si no heu resolt l'apartat anterior, suposeu que el resultat d'aquest apartat és  $0.25 \text{ m}^2$ .

## CODI EC1. ESTRELLA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 1

Els arquitectes que planifiquen la reforma necessiten saber les coordenades de diversos punts per fer-ne els plànols. Han representat una estrella en uns eixos de coordenades, com mostra la figura 5. La figura s'ha girat respecte a l'eix horitzontal.

Com haureu observat, els punts A, B, C, D, E, F, G i H formen un octàgon regular, com mostra la figura 5. Les coordenades del punt A són (18.35, 11.47).

Com sabeu, els vèrtexs d'un octàgon són els afixos(\*) de les arrels vuitenes d'un nombre complex.

- (0.25 punts)** Calculeu l'angle que forma l'eix d'abscisses amb el segment OD (argument del nombre complex l'afix del qual és D).
- (0.5 punts)** Calculeu el mòdul d' $\overrightarrow{OD}$  (mòdul del número complex amb afix D). Escriviu el número complex amb afix D en forma polar.
- (0.25 punts)** Calculeu les coordenades cartesianes de D.

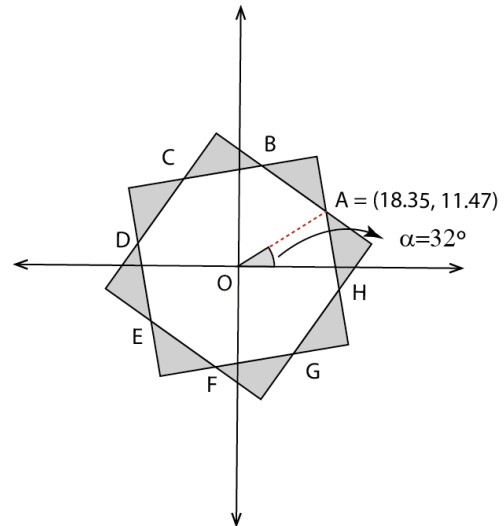
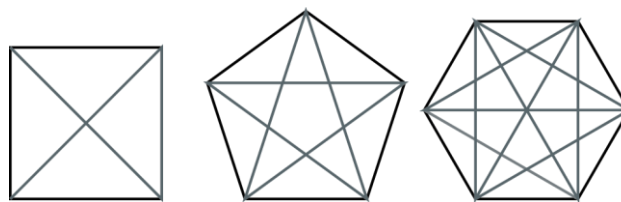


Figura 5

(\*) **Afix:** punt del pla que representa las coordenades cartesianes d'un número complex.

## CODI EC2. ESTRELLA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 2

**(1 punt)** Per als actes commemoratius d'un dels centenaris de la catedral, la ciutat ha decidit decorar els carrers amb diferents elements geomètrics. Un tipus de peces que es penjaran sobre els carrers consisteix en perfils metàl·lics amb forma de polígon regular. Les diagonals dels polígons es guarniran amb cintes de colors.



Seleccioneu la fórmula que representa el nombre de cintes necessàries per guarnir les diagonals d'un polígon de **n costats**. Només hi ha una resposta correcta. Raoneu la resposta.

A.  $(n - 3) \cdot (n - 2)$

B.  $\frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

C.  $\frac{(n - 1) \cdot (n - 2)}{3}$

D.  $(n - 3)^2 \cdot (n - 2)$

## UNITAT D'AVALUACIÓ: LLOGUER D'HAMAQUES I PARA-SOLS

Una empresa que lloga hamaques i para-sols a la platja ha calculat que en temporada alta pot llogar cada hamaca durant un total de 12 hores al dia. Abans de fixar-ne el preu de lloguer per hora analitza experiències anteriors, tenint en compte la inflació i la situació del mercat. Sap que:

- si el lloguer per hora fos 0 € l'hamaca estaria totes les hores del dia llogada,
- si el lloguer per hora fos 96 cèntims o més, als clients els semblaria massa car i no llogarien cap hamaca,
- per a preus del lloguer entre 0 euros i 96 cèntims per hora, per cada 8 cèntims d'augment en el preu, l'hamaca es llogaria una hora menys.

### CODI HP1. LLOGUER D'HAMAQUES I PARA-SOLS. PROBLEMA 1

L'empresa va modelitzar el temps de lloguer de cada hamaca a la temporada segons el model lineal següent:

$$T(p) = 12 - \frac{p}{8} \quad \text{con} \quad 0 \leq p \leq 96$$

On  $p$  és el preu del lloguer per hora i  $T(p)$  el temps, en hores, en què l'hamaca estaria llogada al dia si es fixa el preu en  $p$  cèntims.

- a) **(0.5 punts)** Representeu la gràfica de la funció.
- b) **(1 punt)** Mostreu si la funció amb la qual l'empresa va modelitzar el temps que l'hamaca està llogada en funció del preu compleix les tres condicions descrites a l'enunciat.
- c) **(1.5 punts)** El benefici que obté l'empresari per dia vindrà donat per:

$$B(p) = p \cdot T(p)$$

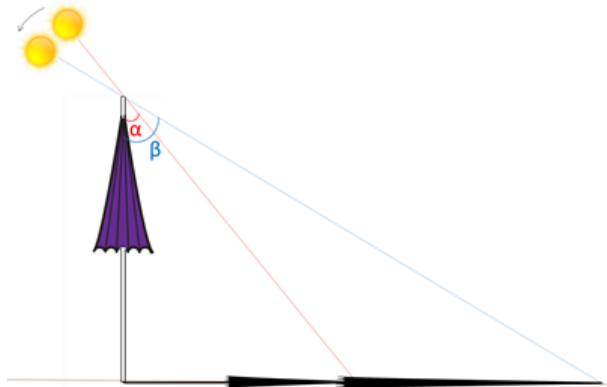
Determineu el preu al que hauria de fixar el lloguer per hora per obtenir el major benefici i calculeu aquest benefici. Representeu-ne la funció.

## CODI HC1. LLOGUER D'HAMAQUES I PARA-SOLS. QÜESTIÓ 1

(1 punt)

L'encarregat del lloguer de les hamaques observa l'ombra que projecta un para-sol al final del dia i s'adona que en mitja hora la longitud de l'ombra s'ha duplicat. Observeu el dibuix, en el qual s'ha dibuixat la situació de manera esquematitzada mostrant ambdues ombres en el mateix pla, i responeu de manera raonada quina de les afirmacions següents és certa:

- A.  $\beta = 2 \cdot \alpha$
- B.  $\sin \beta = 2 \cdot \sin \alpha$
- C.  $\cos \beta = 2 \cdot \cos \alpha$
- D.  $\tan \beta = 2 \cdot \tan \alpha$



## CODI HC2. LLOGUER D'HAMAQUES I PARA-SOLS. QÜESTIÓ 2

(1 punt)

El 30 d'agost l'empresa té les dades del nombre d'hores que ha llogat una hamaca cada dia del mes i ha calculat que de mitjana es va llogar 9 hores cada dia. Falten per saber les hores que es llogarà el dia 31. Seleccioneu quina de les opcions següents és correcta (només n'hi ha una) i argumenteu la resposta.

- A. La mitjana del conjunt de dades serà major.
- B. La mitjana serà menor quan es divideixi entre 31 en comptes d'entre 30.
- C. Com que les dades sumaran més, la mitjana serà major.
- D. Pot ser que la mitjana no canviï, però sense saber la nova dada no es pot assegurar.