

5. RENDIMIENTO, ESFUERZO Y PRODUCTIVIDAD: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES ESPAÑOLES SEGÚN PISA (2012)

ANTONIO VILLAR

Universidad Pablo de Olavide

5. RENDIMIENTO, ESFUERZO Y PRODUCTIVIDAD: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES ESPAÑOLES SEGÚN PISA (2012)¹

Antonio Villar

Universidad Pablo de Olavide

RESUMEN

En este trabajo nos proponemos abordar el estudio de las diferencias de rendimiento, en el ámbito de las matemáticas a partir de los datos de PISA 2012, entre los distintos *tipos* de estudiantes que configuran la muestra de la población española de 15 años. La tipología de los estudiantes se define en función de tres variables: (a) Las condiciones socio-económicas y culturales, medidas por medio del llamado Índice del Estatus Socio-Económico y Cultural (ESCS); (b) El tipo de colegio al que asisten (público o privado); y (c) Si los estudiantes son o no repetidores.

Un objetivo específico de este trabajo es aproximar los valores de dos de las variables que se esconden detrás de los resultados: el *esfuerzo* de los individuos y la *productividad* del tipo del que forman parte. Para ello partimos de dos supuestos iniciales muy sencillos. Primero, que los resultados observados de cada individuo son proporcionales al esfuerzo que éste realiza, con un coeficiente de proporcionalidad que depende del tipo al que este individuo pertenece.

¹ Agradezco los comentarios y sugerencias de Vicente Alcañiz, así como la ayuda de José Antonio Robles en el tratamiento de los datos.

Segundo, que entre individuos del mismo tipo mayores niveles de esfuerzo están asociados a mejores resultados.

“Un profundo compromiso con la formación de los profesores, el aprendizaje entre compañeros y la implicación de los padres en la formación de sus hijos, la insistencia de cada centro en conseguir los estándares más altos y una cultura que premia la educación y respeta a los profesores”.

Thomas L. Friedman. Premio Pulitzer, en *The New York Times* sobre el milagro educativo chino (los excelentes resultados PISA en Shanghai).

INTRODUCCIÓN

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA según sus siglas en inglés) proporciona información sobre los conocimientos adquiridos por los estudiantes de 15 años, a través de la enseñanza reglada. Hay cuatro elementos que confieren una especial relevancia a este tipo de estudio:

- (i) Valora los resultados educativos en términos de las *capacidades efectivamente adquiridas* y no en términos de aspectos formales (años cursados o contenidos curriculares). Ello permite hacer comparaciones internacionales en términos de estándares comunes.
- (ii) La edad tomada como referencia para la evaluación corresponde, en la mayoría de los países que participan en el estudio, al *final de la etapa de sus estudios obligatorios*.
- (iii) Se realiza con una periodicidad trienal, de modo que permite disponer de datos no sólo sobre el estado sino también sobre la evolución de los sistemas educativos.
- (iv) Además de realizar los test de conocimientos, los alumnos también completan un cuestionario relativo a su entorno familiar, sus hábitos de estudio, sus actitudes y su motivación. El Informe PISA proporciona así un extenso y rico perfil de las habilidades y conocimientos de los alumnos de 15 años en 2012, así como información contextual que permite relacionar los resultados obtenidos con las características personales de los alumnos, su entorno social y familiar, y el tipo de escuela en que estudian.

Los informes PISA contienen una valiosa información sobre las competencias efectivas que cada sistema educativo garantiza para el conjunto de sus ciudadanos, la posibilidad de hacer comparaciones inter-temporales e internacionales, y los datos necesarios para tratar de comprender la naturaleza de los resultados y explicar así las diferencias observadas, con objeto

de poder mejorar los métodos y los resultados educativos, que es el fin último de estos informes.

Los Informes PISA son coordinados por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) pero en él participan otros países y grandes regiones económicas hasta completar un total de 65 en su edición de 2012. En algunos países se dispone además de muestras representativas para todas o algunas de sus regiones. Este es el caso de España donde en 2012 encontramos muestras específicas para 14 de sus comunidades autónomas². Los Informes PISA se iniciaron en el año 2000 con el fin de evaluar las capacidades de los estudiantes que están a punto de terminar la educación obligatoria en tres áreas diferentes: comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Cada periodo de evaluación se centra en un área específica, aunque proporciona resultados significativos sobre todas ellas. En el año 2000 el tema central fue el de la comprensión lectora, mientras que en 2003 y 2006 los Informes se centraron en matemáticas y ciencias, respectivamente. El Informe de 2012 se ocupa de nuevo de las matemáticas como tema central, de modo que se completa así el primer ciclo de estudio sobre este aspecto.

Dada la gran cantidad de información que contiene el Informe PISA y la relevancia del problema que aborda, hay muchos aspectos interesantes que son objeto de análisis detallado con cada nueva oleada de información. Véase por ejemplo Lefranc, Pistolesi & Trannoy (2008), (2009), Ciccone & García-Fontes (2009), Chechi & Peragine (2010), Hanushek & Woessmann (2011), Villar (ed.) (2012), Calo-Blanco & García-Pérez (2013) y Villar (2013). Tanto el propio informe de la OCDE como el Informe español, en el caso de nuestro país, abordan algunos de estos aspectos, como la relación entre el rendimiento observado y las características del entorno de los estudiantes (condiciones socio-económicas y culturales, educación de los padres), la motivación y la estrategia de estudio de los alumnos, o la diversidad de políticas educativas (véase OCDE 2013, INEE (2013a, b).

En este trabajo nos proponemos abordar el estudio de las diferencias de rendimiento, en el ámbito de las matemáticas a partir de los datos de PISA 2012, entre los distintos *tipos* de estudiantes que configuran la población española de 15 años. La tipología de los estudiantes se define en función de tres variables: (a) Las condiciones socio-económicas y culturales, medidas por medio del llamado Índice del Estatus Socio-Económico y Cultural (ESCS, en sus siglas en inglés); (b) El tipo de colegio al que asisten (público o privado); y (c) Si los estudiantes son o no repetidores (la principal característica personal en la explicación de los resultados). Configuraremos así dieciséis *tipos* de estudiantes a partir de la división en cuartiles de la distribución de los estudiantes en función del ESCS, según vayan a colegio público o privado, y según sean o no repetidores.

Además del análisis descriptivo de los resultados de los distintos tipos de estudiantes, que ya es interesante de por sí, un objetivo específico de este trabajo es aproximar los valores de dos de las variables que se esconden detrás de los resultados observables: el *esfuerzo* de los

² No participan en esta ampliación Castilla La Mancha y Comunidad Valenciana (que nunca lo han hecho) ni tampoco Canarias y Ceuta y Melilla, que lo hicieron en 2009 pero no en 2012.

individuos y la *productividad* del tipo del que forman parte. Para ello partimos de dos supuestos iniciales muy sencillos. Primero, que los resultados observados de cada individuo son proporcionales al esfuerzo que éste realiza, con un coeficiente de proporcionalidad que depende del tipo al que este individuo pertenece. Segundo, que entre individuos del mismo tipo mayores niveles de esfuerzo están asociados a mejores resultados.

A partir de aquí definimos un indicador de productividad para cada tipo que deriva de hacer el mayor nivel de esfuerzo igual a la unidad y tomar como mayor nivel de esfuerzo para cada tipo aquel que genera los resultados mejores. De este modo el valor medio más alto del rendimiento educativo de cada tipo nos da una medida de la productividad de ese tipo. La “productividad” es pues un indicador de cómo de importantes son las condiciones del entorno del estudiante, mientras que el esfuerzo refleja la implicación del estudiante en el aprendizaje.

METODOLOGÍA

El modelo de referencia

Consideremos una sociedad compuesta de un conjunto $\mathbf{M} = \{1, \dots, m, \dots, M\}$ de individuos (estudiantes de 15 años) que pueden ser heterogéneos tanto respecto a sus preferencias como respecto a sus circunstancias. Por “circunstancias” entendemos en este contexto las condiciones socio-económicas y otros aspectos, tales como el tipo de escuela al que asisten. Dadas estas circunstancias, suponemos que cada individuo toma una decisión con respecto al esfuerzo que realiza, dependiendo de sus preferencias. Asumiremos que el esfuerzo es una variable inobservable que puede parametrizarse en términos de un escalar $e_m \in [0, 1]$.

Supondremos que las circunstancias generan una partición de \mathbf{M} en un conjunto T compuesto por τ tipos diferentes, $T = \{1, 2, \dots, t, \dots, \tau\}$. Cada uno de estos tipos reúne a aquellos agentes con circunstancias similares. El elemento central para definir cada tipo es el de las condiciones socio-económicas y culturales, aunque también tendremos en cuenta otros aspectos, tales como la escuela a la que asisten los alumnos. La idea clave detrás de este planteamiento es que los alumnos son responsables de sus decisiones en cuanto al esfuerzo que realizan, pero no de sus circunstancias, que les vienen dadas exógenamente³.

Para cada tipo $t \in T$ dado, el resultado obtenido por un individuo m , y_m , puede entenderse como una función del esfuerzo desarrollado por ese individuo, e_m , y la acción de una variable

³ Determinar qué aspectos pertenecen a la esfera de las circunstancias y qué aspectos a la esfera de la responsabilidad no es siempre fácil. En este contexto, al tomar como parte de las circunstancias el tipo de colegio al que asisten los estudiantes estamos suponiendo implícitamente que se trata de una decisión familiar que les viene impuesta, pero esto puede no ser completamente cierto. El caso de ser alumno repetidor o no, que en ocasiones lo trataremos como si fuera una circunstancia, es en parte un elemento asociado al esfuerzo. Aquí lo tomaremos como parte de las circunstancias no tanto porque entendamos que es algo ajeno al estudiante, sino para poder analizar el efecto que este aspecto individual tiene sobre los resultados observados.

aleatoria que selecciona uno de los S posibles estados del mundo que pueden ocurrir, con probabilidades $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_S$. Es decir,

$$y_m^s = \beta_s^t e_m, \quad m \in t$$

Suponemos, pues, que los resultados educativos son proporcionales al esfuerzo, con un coeficiente de proporcionalidad que depende del tipo al que pertenece el agente y del estado de la naturaleza que ocurra.

El resultado esperado de un individuo m perteneciente al tipo t , que ha realizado un esfuerzo e_m vendrá dado por:

$$E(y_m(e_m)) = \sum_{s=1}^S \pi_s \beta_s^t e_m = \lambda^t e_m$$

donde $\lambda^t = \sum_{s=1}^S \pi_s \beta_s^t$ corresponde a la **productividad media del tipo t** , entendida como el valor esperado de una unidad de esfuerzo de un individuo de tipo t .

Adviértase que la expresión anterior pone claramente de manifiesto que estamos considerando que la transformación del esfuerzo personal en resultados depende de las circunstancias (el *tipo*) del individuo. De hecho, esa productividad media nos da una medida de la importancia de las circunstancias en la obtención del resultado: cuanto mayor es λ^t más importante resultan las condiciones externas (a qué familia y escuela pertenece el estudiante) y menos el esfuerzo.

La estimación del valor de la variable esfuerzo presenta dos dificultades de relieve. La primera, que al tratarse de una variable inobservable no podemos recurrir a métodos directos de cálculo. La segunda, que el valor de esta variable es dependiente del tipo; dicho en otros términos, qué significa “esforzarse mucho” o “esforzarse poco” está socialmente condicionado por el entorno (circunstancias) del individuo. Así, estudiar dos horas al día puede ser considerado como esforzarse mucho en algunos entornos y esforzarse poco en otros.

Tenemos pues que encontrar un procedimiento para asignar valores al esfuerzo que sea capaz de solucionar estas dos dificultades. Para ello recurriremos a una estrategia inspirada en la propuesta planteada por Roemer (1998) en su análisis de la igualdad de oportunidades, partiendo del principio de que mayores esfuerzos generan mejores resultados dentro de cada tipo.

El procedimiento es el siguiente. Primero, para cada tipo definimos una partición Q del conjunto de resultados en términos de cuantiles (decilas en nuestro caso). Aplicamos entonces los siguientes principios:

- (a) Las diferencias existentes entre los individuos de un mismo tipo que pertenecen al mismo cuantil de la distribución de resultados, son despreciables y pueden ser interpretadas como producto de la casualidad o de la suerte.

- (b) Los individuos que pertenecen al cuantil superior de cada tipo realizan el mayor esfuerzo posible.

De la primera implicación se deriva que podemos sustituir, sin pérdida de generalidad, cada valor individual de los agentes de cada cuantil en cada tipo, y_m , por el valor medio, x_m . Es decir:

$$\forall m \in t(q), x_m = y^t(q) = \frac{1}{n^t(q)} \sum_{m \in t(q)} y_m = \lambda^t \frac{\sum_{m \in t(q)} e_m}{n^t(q)} = \lambda^t e^t(q)$$

donde $t(q)$ describe el conjunto de individuos del tipo t en el cuantil q , $n^t(q)$ es el número de individuos que hay en dicho cuantil y $e^t(q)$ es el nivel de esfuerzo del agente representativo del tipo t en el cuantil q .

La segunda implicación nos permite normalizar la medida del esfuerzo haciendo $e^t(q^*) = 1$, para todo t , donde q^* es el cuantil superior. De este modo hacemos comparable el esfuerzo de los distintos tipos en términos de la fracción que representan del esfuerzo máximo que tomamos como unidad.⁴ Ello significa que medimos el esfuerzo de los individuos de cada tipo como la fracción del mayor esfuerzo de su tipo (el que corresponde al cuantil más alto en la distribución de resultados de su tipo). No hay pues una comparación directa de niveles de esfuerzo entre tipos, sino de los valores relativos.

A partir de aquí podemos obtener inmediatamente el coeficiente de productividad media de cada tipo, λ^t , que vendrá dado por:

$$\lambda^t = y^t(q^*), \forall t.$$

Este coeficiente nos da una medida de la importancia de las circunstancias de cada tipo en la obtención del resultado.

Podemos ahora comparar la productividad *entre* los diferentes tipos así como la distribución de esfuerzos *dentro de* cada tipo. También podemos hacer una estimación del esfuerzo medio de cada tipo, calculando el valor esperado del esfuerzo del individuo medio, es decir:

$$e^t = \sum_{q \in Q} \frac{n^t(q)}{n^t} e^t(q)$$

Es importante advertir que, por construcción, los valores absolutos de los coeficientes de productividad son un reflejo de las decisiones de normalización de los valores de los test de

4 No es esta la única forma de aplicar los principios anteriores. Otra posibilidad, que correspondería más precisamente a la propuesta de Roemer, sería hacer que los esfuerzos de los individuos fueran iguales para todas las decilas, y no solo para la superior. Más adelante discutiremos esta opción con mayor detalle.

PISA y de la parametrización de la variable esfuerzo. Lo que resulta informativo, por tanto, no es tanto la magnitud absoluta de este coeficiente para un tipo concreto, sino sus valor relativo con respecto a los demás. Podemos entonces re-escalar estos coeficientes para obtener una representación más adecuada de su contenido informativo. Una manera sencilla de hacerlo es dividiéndolos por su valor medio de modo que valores por encima de uno nos dicen directamente que el tipo asociado tiene una productividad mayor que la media, y viceversa.

Cuando la sociedad está compuesta de varias regiones las fórmulas anteriores se pueden ajustar fácilmente para tomar en cuenta ese hecho. Si usamos la letra R como subíndice para identificar a una región, tendremos:

$$\forall m \in (t, q, R), x_m = y_R^t(q) = \frac{1}{n_R^t(q)} \sum_{m \in (t, q, R)} y_m = \lambda_R^t \frac{\sum_{m \in (t, q, R)} e_m}{n_R^t(q)} = \lambda_R^t e_R^t(q)$$

Con

$$e_R^t(q^*) = 1, \lambda_R^t = y_R^t(q^*), \forall t, R$$

Puesto que todos los individuos forman parte de una misma sociedad, a pesar de estar dividida en regiones, tiene sentido considerar la región como una circunstancia adicional.

Podemos así calcular la productividad media de una región y el esfuerzo medio asociado, como sigue:

$$\lambda_R = \sum_{t \in T} \frac{n_R^t}{n_R} \lambda_R^t$$

$$e_R = \sum_{t \in T} \frac{n_R^t}{n_R} e_R^t = \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} \frac{n_R^t(q)}{n_R} e_R^t(q)$$

De este modo, podemos expresar los valores medios de rendimiento de la región, y_R , como:

$$y_R = \lambda_R e_R$$

y comparar así la naturaleza de las diferencias analizando el impacto del esfuerzo y la productividad y el origen de esos valores.

Aplicación al caso español

Aplicamos aquí este modelo de referencia para estudiar los resultados de los estudiantes españoles en el ámbito de las matemáticas, según los datos nacionales del Informe PISA 2012.

Para definir los tipos tomamos en cuenta tres dimensiones: características del entorno familiar, características de la escuela y características individuales. Para asociar las variables que resultan más relevante para cada dimensión contamos con la experiencia de pasados estudios (véase García-Pérez, et al. (2012) y González de San Román & de la Rica (2012)).

En cuanto a las características familiares tomaremos como referencia el llamado Índice del Estatus Socio-Económico y Cultural (ESCS), que resume las principales características socio-económicas y culturales de las familias. Este índice “combina la información sobre la educación de los padres y sus ocupaciones así como las posesiones en el hogar. Se obtiene a partir de las siguientes variables: el índice internacional de estatus ocupacional del padre o la madre, el que sea más alto, convertido en años de escolarización; y el índice de posesiones en el hogar, obtenido a partir de preguntas a los estudiantes sobre si disponen de una mesa para estudiar en casa, una habitación independiente, un lugar tranquilo para estudiar, software educativo, conexión a internet, su propia calculadora, libros de literatura clásica y poesía, libros de arte (p. ej. pintura), libros que les ayuden en sus tareas escolares, un diccionario, lavaplatos, reproductor de DVD o video, tres cuestiones adicionales específicas de cada país, y el número de teléfonos móviles, televisores, ordenadores, coches y libros que hay en casa”.

Dado el número de observaciones (en torno a 25.000) y de la existencia de otras variables para definir lo tipos, hemos optado por dividir a los estudiantes en cuatro grupos en lo relativo al ESCS, tomando como criterio de división los cuartiles de la distribución de esta variable.

Con relación a las características de la escuela consideraremos únicamente dos posibilidades: escuelas públicas y escuelas privadas (incluyendo en estas últimas las concertadas).

Con relación a las características de los estudiantes tomaremos únicamente en cuenta si son repetidores o no, dado que es la variable personal más importante para explicar las diferencias de resultados.

Tendremos así un conjunto de dieciséis tipos en el escenario más desagregado. Estos tipos pueden describirse como sigue:

1. ESCS(i), PU: Estudiantes del cuartil $i = 1, 2, 3, 4$ del Índice Socio-Económico y Cultural que van a la escuela pública y no son repetidores.
2. ESCS(i), PU(R): Estudiantes del cuartil $i = 1, 2, 3, 4$ del Índice Socio-Económico y Cultural que van a la escuela pública y son repetidores.
3. ESCS(i), PR: Estudiantes del cuartil $i = 1, 2, 3, 4$ del Índice Socio-Económico y Cultural que van a la escuela privada y no son repetidores.
4. ESCS(i), PR(R): Estudiantes del cuartil $i = 1, 2, 3, 4$ del Índice Socio-Económico y Cultural que van a la escuela privada y son repetidores.

Para cada uno de estos 16 tipos que hemos definido consideraremos la distribución de resultados en términos de decilas, con objeto de calcular el valor del esfuerzo de cada tipo y decila, y el valor de la productividad del tipo. Haremos también comparaciones con menor nivel de agregación para estimar el impacto de ciertas características en los resultados.

RESULTADOS

Comenzaremos presentando los resultados descriptivos relativos a los tamaños de muestra de cada uno de los 16 tipos en que hemos dividido la población estudiantil y a sus correspondientes valores medios de los test. El Cuadro 1 proporciona los datos de la distribución muestral entre los diferentes tipos. El Cuadro 2 contiene la descripción de los valores medios de los tipos e incluye además la diferencia porcentual entre los resultados de los colegios públicos y privados. Los Cuadros 3 y 4 presentan la información agregada según consideremos estudiantes de colegios públicos o privados, repetidores o no, y según el nivel socio-económico y cultural al que pertenezcan.

Cuadro 1. Distribución muestral por tipos

Tipo	% población de cada tipo en la muestra
ESCS(1), PU	9,3
ESCS(2), PU	10,8
ESCS(3), PU	10,5
ESCS(4), PU	10,1
ESCS(1), PU(R)	10,3
ESCS(2), PU(R)	6,8
ESCS(3), PU(R)	4
ESCS(4), PU(R)	1,6
ESCS(1), PR	3,1
ESCS(2), PR	5,5
ESCS(3), PR	8,6
ESCS(4), PR	12
ESCS(1), PR(R)	2,3
ESCS(2), PR(R)	2
ESCS(3), PR(R)	1,9
ESCS(4), PR(R)	1,2
Total	100

Cuadro 2. Valores medios de los test por tipo

NO REPETIDORES			
	PÚBLICO	PRIVADO	% DIFERENCIA
ESCS 1	501,0	504,4	0,7
ESCS 2	514,4	516,5	0,4
ESCS 3	526,8	531,5	0,9
ESCS 4	545,0	554,0	1,7
REPETIDORES			
	PÚBLICO	PRIVADO	
ESCS 1	403,7	417,1	3,3
ESCS 2	418,7	440,9	5,3
ESCS 3	428,5	445,5	4,0
ESCS 4	437,9	447,1	2,1

Cuadro 3. Valores medios de los test según sean estudiantes de colegio público o privado, repetidores o no

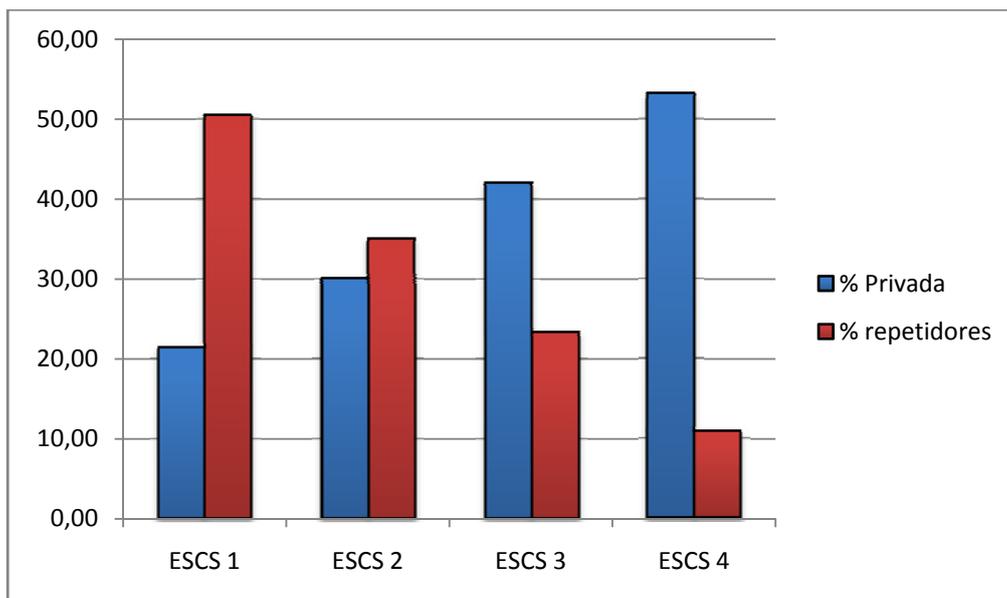
Colegio público	Colegio privado	% Diferencia		NO REPETIDORES	REPETIDORES	% diferencia
483,8	515,0	6,5		527,5	440,2	19,8

Cuadro 4. Valores medios de los test según el ESCS

		Diferencia al menor valor	Diferencia % al menor valor
ESCS 1	456,5		
ESCS 2	472,6	16,1	3,5
ESCS 3	483,1	26,5	5,8
ESCS 4	496,0	39,5	8,6

La Figura 1 nos da una imagen clara de cómo se reparten los estudiantes de los diferentes grupos sociales por tipo de colegio y qué porcentaje de ellos repiten. Los datos son contundentes: más del 50 % de hijos de familias del cuartil superior van a colegios privados mientras que ese porcentaje es del 22 % en el caso de los hijos de familias en el cuartil inferior. Por otra parte, y quizás más llamativo aún, más de la mitad de los hijos de familias del cuartil inferior de la distribución del ESCS son repetidores, mientras que es porcentaje es del 11 % en las familias del cuartil superior. Estos datos ponen de manifiesto que hay una dimensión de equidad muy importante en el tema de la repetición de curso que debe incorporarse a la discusión junto al habitual debate en términos de eficiencia.

Figura 1. Distribución % de los estudiantes según el tipo de colegio y si son repetidores o no, en función del ESCS



Los principales mensajes que se derivan del estudio de estos datos son los siguientes:

- (i) Las diferencias de resultados por grupos sociales, según el ESCS, son mucho mayores que las diferencias por tipo de colegio, que no resultan significativas cuando estratificamos los estudiantes por grupo social. En todo caso las diferencias entre colegios públicos y privados son algo mayores para el caso de los alumnos repetidores, un dato que hay que poner en relación con el volumen de repetidores en uno y otro tipo de colegios (véase Cuadro 1).⁵
- (ii) Los valores medios de los test crecen con el nivel socio-económico y cultural para todos los estudiantes, tanto en los colegios públicos como en los colegios privados.
- (iii) Las principales diferencias globales se dan entre los repetidores y los no repetidores (del orden del 20 %). Eso afecta sustancialmente a la valoración media de los estudiantes de los colegios públicos y a los hijos de familias con menores niveles socio-económicos y culturales.
- (iv) Hay una relación directa entre nivel más alto de condiciones socio-económicas y mayor porcentaje de estudiantes en la educación privada, y una relación inversa entre condiciones socio-económicas y porcentaje de estudiantes repetidores.

Si tenemos en cuenta que la OCDE considera que 40 puntos en el valor del test corresponden aproximadamente a un año de escolarización, entonces podemos hacernos una idea de la magnitud de las diferencias observadas. La diferencia de rendimiento entre repetidores y no repetidores corresponde a más de dos años de escolarización, mientras que la diferencia que existe entre los estudiantes de familias en los cuartiles superior e inferior de la distribución de condiciones socio-económicas y culturales correspondería a un año de escolarización.

El Cuadro 5 contiene los datos sobre nivel de productividad y de esfuerzo en los dieciséis tipos de estudiantes en que hemos dividido la muestra, tomando en ambos casos como unidad la media de cada variable⁶. Hay dos aspectos que destacan en estos datos. Primero, todos los estudiantes no repetidores presentan valores mayores que la media tanto en productividad como en esfuerzo, mientras que ocurre lo contrario para los estudiantes repetidores. Segundo, la variabilidad en la distribución del esfuerzo entre los tipos es prácticamente nula. Esto significa que las diferencias en los resultados para los distintos tipos dependen esencialmente de la productividad del tipo.

⁵ El número de repetidores puede afectar al rendimiento medio de las clases, de modo que cuando una porción más alta de estudiantes dentro del aula son repetidores hay más posibilidades de segmentación entre los alumnos y menos capacidad de atender a las necesidades específicas de este tipo de alumnos.

⁶ Adviértase que con esta doble normalización podemos comparar los valores de productividad (resp. los valores de esfuerzo) de los distintos tipos entre sí, pero que no tiene sentido comparar las magnitudes relativas de productividad y esfuerzo.

Cuadro 5. Productividad y esfuerzo por tipos⁷

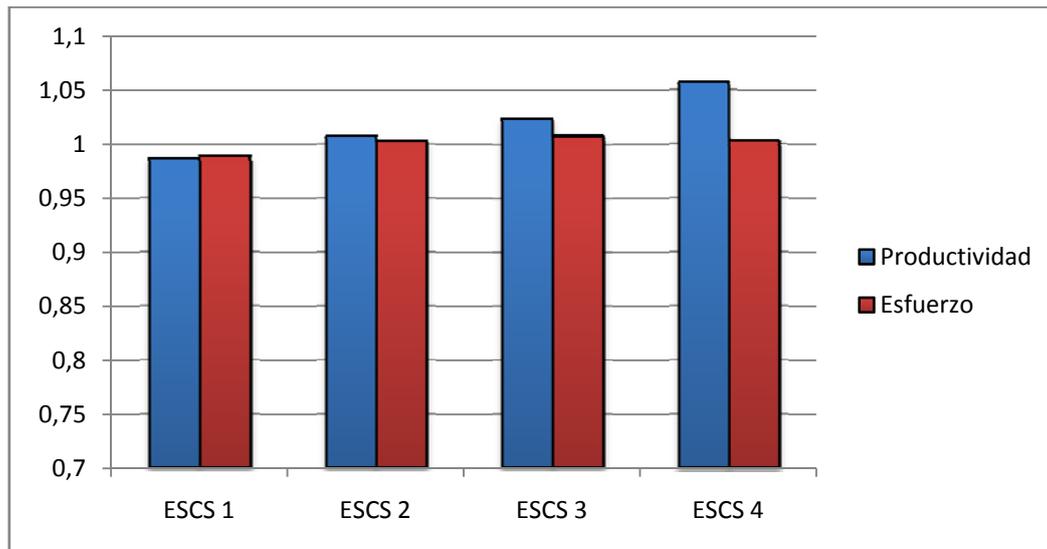
	Productividad	Esfuerzo
ESCS(1), PU	1,04	1,012
ESCS(2), PU	1,06	1,019
ESCS(3), PU	1,074	1,031
ESCS(4), PU	1,119	1,023
ESCS(1), PU(R)	0,881	0,963
ESCS(2), PU(R)	0,889	0,989
ESCS(3), PU(R)	0,923	0,975
ESCS(4), PU(R)	0,961	0,957
ESCS(1), PR	1,053	1,006
ESCS(2), PR	1,066	1,018
ESCS(3), PR	1,088	1,027
ESCS(4), PR	1,117	1,042
ESCS(1), PR(R)	0,9	0,974
ESCS(2), PR(R)	0,94	0,985
ESCS(3), PR(R)	0,937	0,998
ESCS(4), PR(R)	0,953	0,986
Coef. de Variación	0,089	0,025

La Figura 2 muestra la distribución de productividad y esfuerzo entre los grupos sociales derivados de la división según cuartiles del ESCS, sin distinguir si van a colegio público o

⁷ Recordemos que ESCS (i) indica el cuartil (i) de la distribución del Índice de Estatus Socio-Económico y Cultural, PU –resp. PU(R)- hace referencia a aquellos estudiantes de colegio público no repetidores –resp. repetidores- y PR –resp. PR(R)- alude a los estudiantes de colegios privados no repetidores –resp. repetidores-.

privado, o si son repetidores o no. Se advierte que la productividad, que aproxima la importancia del “tipo” en la generación de resultados, es creciente con el nivel del ESCS (aun cuando la variabilidad sigue siendo reducida). Es decir, cuenta más el entorno familiar en la explicación de los resultados de los estudiantes de familias en los niveles superiores del ESCS. El esfuerzo, que presenta una variabilidad extremadamente reducida (un coeficiente de variación de 0,025), crece ligeramente del primer al segundo cuartil y del segundo al tercero, para luego reducirse un poco en el cuarto.

Figura 2. Distribución de la productividad y el esfuerzo en función del ESCS



Los datos anteriores indican, pues, que hay muy pocas diferencias en los niveles de esfuerzo, no sólo entre los 16 tipos considerados sino también entre los grupos sociales definidos por los cuantiles de la distribución del ESCS. Si centramos nuestra atención en lo que ocurre *dentro de los tipos* y no entre los tipos, en lo concerniente a los niveles de esfuerzo, observamos que aquí sí existen diferencias relevantes en el esfuerzo, como se muestra en el Cuadro 6. En la primera columna del cuerpo de la tabla presentamos el valor del coeficiente de variación de los niveles de esfuerzo de cada grupo (variabilidad a través de las decilas de rendimiento). En la segunda columna describimos cuánto se separa, en términos porcentuales, el coeficiente de variación de cada grupo con respecto al valor medio del coeficiente de variación. Ello nos indica dónde hay mayor variabilidad relativa.

Cuadro 6. Variabilidad de los niveles de esfuerzo dentro de cada tipo

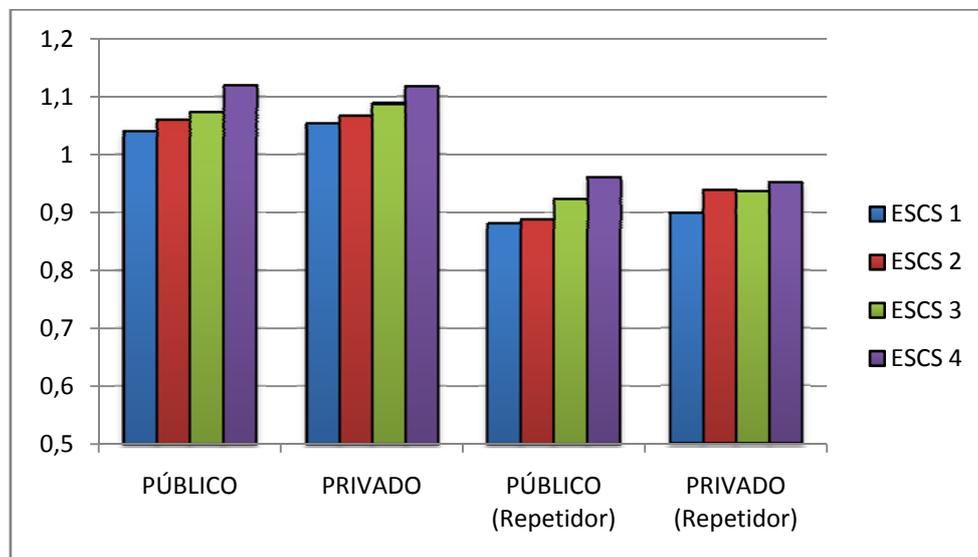
	Coefficiente Variación	% de desviación a la media del CV
ESCS(1), PU	0,139	-5,44
ESCS(2), PU	0,135	-9,01
ESCS(3), PU	0,131	-12,18
ESCS(4), PU	0,132	-11,77
ESCS(1), PU(R)	0,174	15,33
ESCS(2), PU(R)	0,161	8,49
ESCS(3), PU(R)	0,168	12,72
ESCS(4), PU(R)	0,174	15,62
ESCS(1), PR	0,143	-3,15
ESCS(2), PR	0,133	-10,49
ESCS(3), PR	0,132	-11,48
ESCS(4), PR	0,122	-20,28
ESCS(1), PR(R)	0,162	9,50
ESCS(2), PR(R)	0,146	-0,41
ESCS(3), PR(R)	0,147	0,05
ESCS(4), PR(R)	0,148	0,50

Los datos nos muestran que la variabilidad en los niveles de esfuerzo es relativamente menor entre los no repetidores y mayor entre los repetidores. Dentro de los no repetidores hay una

relación inversamente monótona entre variabilidad y grupo social. No hay un patrón definido del coeficiente de variación por grupos sociales entre los repetidores.

La Figura 3 describe el patrón de la productividad en los diferentes grupos sociales, distinguiendo entre estudiantes de colegio público y privado, repetidores o no. Vemos que el perfil es prácticamente idéntico por grupo social para los estudiantes no repetidores, tanto si van a colegio público como a privado. Cuanto más alto es el nivel del grupo social al que pertenecen los estudiantes no repetidores, más rinde el esfuerzo de los estudiantes. El gráfico muestra también que hay solo ligeras diferencias en el perfil de productividad entre los estudiantes repetidores que van a colegios públicos y privados.

Figura 3. Productividad por grupo social, según el tipo de colegio y el carácter de repetidor o no del estudiante



DISCUSIÓN

Los datos descriptivos de los resultados en términos de los diferentes tipos de estudiantes que hemos considerado muestran algunas características de nuestro sistema educativo dignas de considerar.

En primer lugar destaca el impacto negativo de la característica “repetidor” entre los estudiantes (los valores medios indican una diferencia equivalente a dos años de escolarización entre repetidores y no repetidores). Es la variable más relevante en la explicación de la diferencia de resultados y pone de manifiesto la necesidad de abordar el problema de los estudiantes con dificultades en etapas tempranas, dado que los repetidores tienden a acumularse en los últimos años del ciclo obligatorio cuando es ya muy difícil revertir su situación (muchos de ellos esperan simplemente a cumplir los dieciséis para abandonar la

educación). La concentración de repetidores en el primer cuartil del Índice del Estatus Socio-Económico y Cultural (ESCS) indica que este es uno de los elementos que claramente dificulta el progreso social. Hay un elemento importante de falta de equidad en el sistema asociada a la desigual distribución de los repetidores entre los grupos sociales (v. García Montalvo -2013- para una discusión más amplia).

En segundo lugar hay que mencionar la presencia de diferencias importantes entre los resultados de los grupos sociales definidos por el ESCS, equivalentes a un año de escolarización entre el primer y el cuarto cuartil. El entorno familiar sigue siendo pues un elemento importante en la determinación de los resultados, aunque España sea un país que tiene un nivel de equidad educativa superior a la media de la OCDE.

En tercer lugar destaca la irrelevancia de la educación en colegio público o privado para la obtención de los resultados (un dato repetido sistemáticamente en los diferentes informes PISA). Junto a este hecho destaca la diferente participación en la educación privada de los hijos de familias con diferente estatus socio-económico y cultural. De ambos elementos se deduce que la financiación del estado a la educación privada favorece principalmente a los grupos sociales con mayores recursos, sin que los resultados justifiquen la regresividad de este tipo de medida.

Si nos centramos en la distribución de los niveles de esfuerzo y productividad por tipos hay también una serie de elementos destacables. En primer lugar, que el esfuerzo es una variable importante en la explicación de los resultados: hay una variabilidad relevante entre los niveles de esfuerzo por decilas dentro de cada tipo, mientras que no hay prácticamente diferencia en la distribución del esfuerzo por tipos para la misma decila. Se aprecia también una mayor homogeneidad en la distribución del esfuerzo entre los estudiantes que asisten a los colegios privados que entre los que asisten a los colegios públicos.

La productividad presenta un perfil muy similar para los estudiantes no repetidores de los colegios públicos y privados pertenecientes a los diferentes grupos ESCS: niveles sociales más altos presentan productividades más elevadas. Ello indica que el entorno familiar es también una de las variables que determinan los resultados observados.

Dos observaciones para terminar. La primera es que hay formas alternativas de definir los niveles de esfuerzo. En particular, siguiendo más de cerca la propuesta de Roemer (1998), haciendo que los niveles de esfuerzo por tipos sean iguales para todas las decilas, y no solo para la última (como hemos tomado nosotros). Ello requiere, en este planteamiento, que la productividad se diferente para cada decila. Puede comprobarse que no hay diferencias en este caso entre los valores medios que se derivan ambas formulaciones (algo que ya se deduce de la prácticamente nula variabilidad de los niveles de esfuerzo entre los distintos tipos para cada decila). Nosotros hemos optado aquí por asociar a cada tipo una productividad, porque nos parece más conforme a la idea del modelo propuesto.

La segunda observación se refiere al uso de cuartiles en la distribución del ESCS para la configuración de los tipos. Dado que la distribución de las familias por este indicador está lejos de ser uniforme, con esta decisión se reduce notablemente la variabilidad en resultados,

esfuerzo y productividad de los diferentes tipos que se obtienen. Teniendo esto en cuenta podemos interpretar que los resultados presentados constituyen una cota inferior de las desigualdades realmente existentes.

REFERENCIAS

Calo-Blanco, A., & García-Pérez, J. I. (2012), On the welfare loss caused by inequality of opportunity, *The Journal of Economic Inequality*, 1-17.

Checchi, D., Peragine, V., 2010. Inequality of opportunity in Italy, *Journal of Economic Inequality*, 8, 429-450.

Ciccone, A., Garcia-Fontes, W., 2009. The quality of the Catalan and Spanish education systems: A perspective from PISA. IESE Research Papers D/810, IESE Business School.

García Pérez, I., Hidalgo, M. & Robles, J.A. (2012), Descomposición de las diferencias regionales de rendimiento educativo en España. ¿Qué las determina?, en A. Villar (Editor), *Educación y Desarrollo. PISA 2009 y el Sistema Educativo Español*, Fundación BBVA, 2012.

García Montalvo, J. (2013), Crisis, igualdad de oportunidades y resultados educativos: una comparación temporal de pisa con los resultados de 2012 en España, En INEE (Ed.), *PISA 2012: Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español*. Volumen II: Análisis secundario. Madrid, 2013. Autor.

González de San Román, A. & de la Rica, S. (2012), Determinantes de las diferencias regionales en el rendimiento académico en España: PISA 2009, en A. Villar (Editor), *Educación y Desarrollo. PISA 2009 y el Sistema Educativo Español*, Fundación BBVA, 2012.

Hanushek, E.A., Woessmann, L. (2011), The Economics of International Differences in Educational Achievement, en E.A. Hanushek, S. Machin, L. Woessmann (eds.), *Handbook of the Economics of Education*, Vol. 3, pp. 89-200, Amsterdam: North Holland.

Lefranc, A., Pistoiesi, N., Trannoy, A., 2008. Inequality of opportunities vs. inequality of outcomes: Are western societies all alike?, *Review of Income and Wealth*, 54, 513-546.

Lefranc, A., Pistoiesi, N., Trannoy, A., 2009. Equality of opportunity and luck: definitions and testable conditions, with an application to income in France, *Journal of Public Economics*, 93, 1189-1207.

Herrero, C., Méndez, I. & Villar, A. (2013), Analysis of Group Performance with Categorical Data when Agents are Heterogeneous: the case of Compulsory Education in the OECD, Ivie working paper, AD, 2013-08.

INEE (2013a), PISA 2012: Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español. Volumen I: Resultados y contexto. Madrid. Autor.

INEE (2013b), PISA 2012: Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español. Volumen II: Análisis secundario. Madrid. Autor.

Roemer, J. (1998), *Equality of Opportunity*, Harvard University Press.

Villar, A. (Ed) (2012), *Educación y Desarrollo. PISA 2009 y el Sistema Educativo Español*, Fundación BBVA.

Villar, A. (2013), The Educational Development Index: A Multidimensional Approach to Educational Achievements through PISA, *Modern Economy*, 4 : 403-411.

APÉNDICE: DATOS COMPLEMENTARIOS

Tipos	Niveles de esfuerzo por decilas									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESCS 1, Pu	0,618	0,701	0,736	0,766	0,794	0,821	0,852	0,886	0,932	1
ESCS 2, Pu	0,628	0,705	0,743	0,774	0,804	0,83	0,86	0,891	0,928	1
ESCS 3, Pu	0,64	0,715	0,752	0,784	0,815	0,839	0,871	0,899	0,94	1
ESCS 4, Pu	0,633	0,711	0,749	0,781	0,808	0,831	0,86	0,889	0,93	1
ESCS 1, Pu, R	0,544	0,637	0,685	0,719	0,753	0,786	0,823	0,858	0,908	1
ESCS 2, Pu, R	0,574	0,659	0,708	0,747	0,778	0,811	0,844	0,878	0,925	1
ESCS 3, Pu, R	0,547	0,651	0,704	0,739	0,768	0,793	0,828	0,872	0,913	1
ESCS 4, Pu, R	0,545	0,637	0,678	0,712	0,749	0,773	0,809	0,851	0,909	1
ESCS 1, Pr	0,601	0,694	0,741	0,767	0,792	0,819	0,847	0,876	0,923	1
ESCS 2, Pr	0,634	0,703	0,743	0,776	0,803	0,826	0,855	0,888	0,925	1
ESCS 3, Pr	0,634	0,713	0,749	0,782	0,813	0,839	0,864	0,895	0,934	1
ESCS 4, Pr	0,659	0,729	0,767	0,799	0,825	0,849	0,877	0,905	0,94	1
ESCS 1, Pr, R	0,565	0,645	0,699	0,738	0,766	0,802	0,827	0,863	0,896	1
ESCS 2, Pr, R	0,604	0,671	0,713	0,742	0,771	0,798	0,83	0,861	0,901	1
ESCS 3, Pr, R	0,61	0,681	0,718	0,75	0,78	0,806	0,845	0,877	0,929	1
ESCS 4, Pr, R	0,601	0,677	0,709	0,743	0,766	0,801	0,833	0,864	0,904	1