



MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN  
Y FORMACIÓN PROFESIONAL

## PILOT DE LA PROVA PER A L'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

1r de Batxillerat  
Curs 2022-2023

Matemàtiques I

# B

### INSTRUCCIONS GENERALES I QUALIFICACIÓ

Aquesta prova consta de **dues unitats d'avaluació**. Una unitat d'avaluació consisteix en un enunciat en el qual es planteja una situació de la realitat i a continuació es proposa un problema i dues qüestions..

Després **de llegir atentament** les dues unitats d'avaluació, les haureu de respondre de forma raonada triant-ne **NOMÉS UN PROBLEMA**. A més a més, n'haureu de respondre les **DUES QÜESTIONS**. En total haureu de resoldre **dos problemes** i respondre **quatre qüestions**.

Al full de respostes indiqueu quines unitats d'avaluació respondreu i marqueu clarament el codi de cada problema o qüestió que contestareu. Totes les respostes hauran d'estar degudament justificades.

Cada problema resolt completament i correctament es valorarà amb 3 punts. Cada qüestió resposta i raonada correctament es valorarà amb 1 punt. La valoració de cada apartat s'especifica a l'enunciat.

En aquesta pàgina hi ha fórmules que poden ser necessàries per resoldre l'exercici. Pot ser que no sigui necessari utilitzar-les totes. El separador decimal empleat als enunciats és el punt.

Pot emprar-se qualsevol tipus de calculadora, sempre que no disposi de connexió a internet ni possibilitat de transmissió de dades.

**TEMPS MÀXIM PER A LA PROVA: 105 MINUTS**

### ALGUNES FÓRMULES

Distància entre dos punts  $A = (x_1, y_1)$  i  $B = (x_2, y_2)$ :

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Equació vectorial de la recta:  $A = (x_1, y_1)$  i  $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$(x, y) = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \vec{v} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació paramètrica de la recta:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + \lambda \cdot v_1 \\ y = y_1 + \lambda \cdot v_2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació contínua de la recta:

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Equació general de la recta:  $ax + by + c = 0$

Equació explícita de la recta:  $y = m \cdot x + n$

Velocitat:  $v = \frac{e}{t}$

Forma cartesiana d'un número complex:  $z = (a, b)$

Forma binòmica d'un número complex:

$$z = a + b \cdot i$$

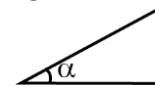
Forma polar d'un número complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot \text{argument (angle } \alpha)$$

Forma trigonomètrica d'un número complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$$

En un triangle rectangle, si  $0 < \alpha < 90^\circ$



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}}$$

## UNITAT D'AVALUACIÓ: EL CIRCUIT RICARDO TORMO DE XEST

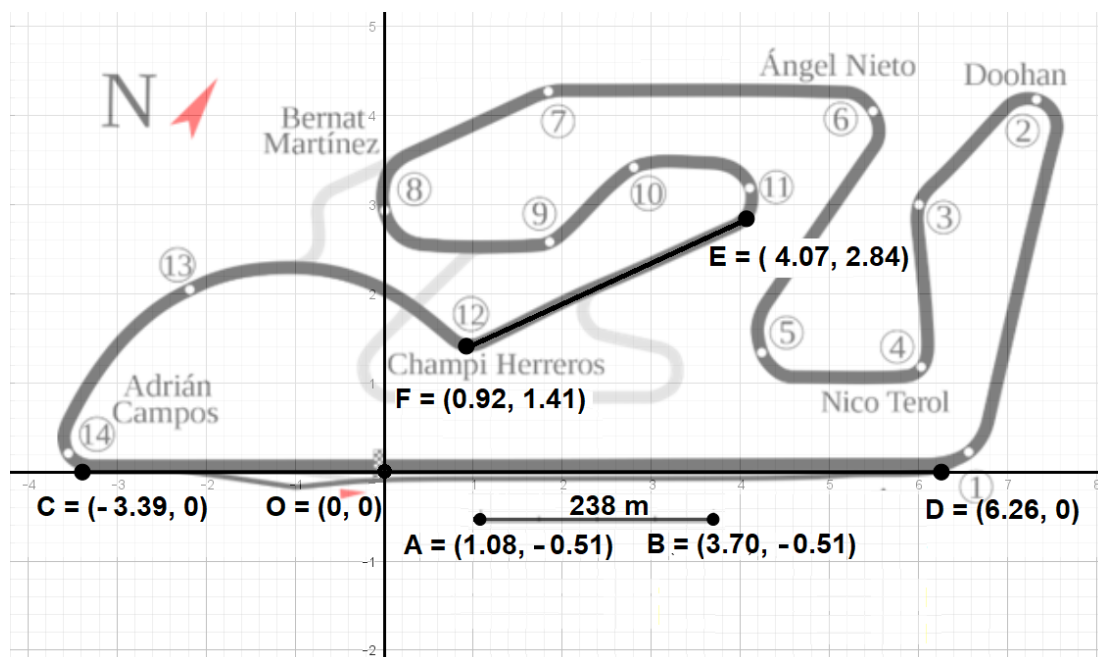
El Circuit de la Comunitat Valenciana Ricardo Tormo és un autòdrom situat a Xest a la província de València. Va ser construït l'any 1999 i està previst que, com a mínim, segueixi albergant el Gran Premi de la Comunitat Valenciana, prova puntuable per al Campionat del Món de Motociclisme, fins al 2023. Compta amb una capacitat per a 165 000 espectadors i té el nom del campió de motociclisme valencià Ricardo Tormo, doble campió del món de 50 cc.

### CODI CP1. CIRCUIT. PROBLEMA 1

Observeu el plànol del circuit a escala. Compteu amb un traçat principal de 4005 metres de longitud, una recta principal de, aproximadament, 876 metres i 14 corbes (numerades en el plànol des del punt d'origen i final senyalitzat amb la lletra O).

Segons les informacions de la premsa esportiva, Xest és un circuit estret. Aquesta característica, juntament amb les corbes tancades i les rectes curtes dificulten els avançaments. Aquest circuit presenta la velocitat mitjana més baixa de tots els circuits en què se celebra el campionat del món, amb 157 km/h.

Dani Pedrosa, el pilot amb més victòries d'aquest circuit, explica que és just en el tram de recta entre les corbes 11 i 12, delimitat pels punts E i F, on es pot llançar aquest últim atac per arribar a meta en primera posició quan es disputa una carrera molt ajustada.



Amb les dades anteriors:

- (1 punt)** Verifiqueu, a través de la informació que apareix en el plànol (segment AB), que la longitud de la recta principal del circuit, delimitada pels punts C i D, coincideix aproximadament amb la que hi ha a la descripció del circuit.
- (1 punt)** El dron que retransmet les imatges necessita conèixer l'expressió algebraica de l'equació de la recta que passa pels punts E i F. Construïu l'equació general d'aquesta recta.
- (1 punt)** Calculeu el temps (en segons) que tenen els pilots per fer un avançament entre els punts E i F, suposant que en aquest tram van a la velocitat mitjana que presenta en aquest circuit (temps que trigarien a recórrer aquesta recta).

## CODI CP2. CIRCUIT. PROBLEMA 2

Als boxes del circuit s'han d'instal·lar extractors de fums perquè es pugui treballar amb seguretat.

Es disposa de la informació següent:

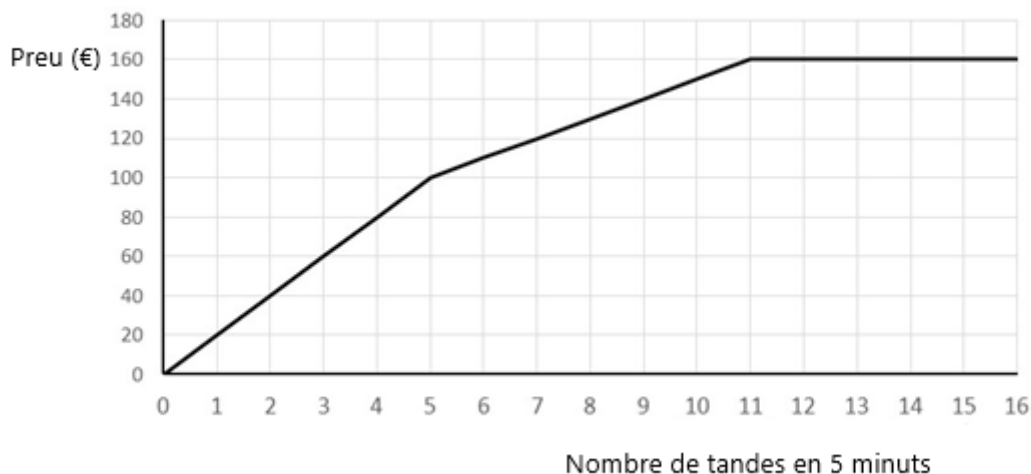
- inicialment existeix una concentració de  $\text{CO}_2$  del 6 % al box que va augmentant, però que després de l'engegada de l'extractor comença a disminuir,
- en menys de 10 minuts de funcionament de l'extractor la concentració de  $\text{CO}_2$  al box ha de quedar per sota del 5 %, que és la taxa recomanada per treballar en condicions de seguretat. A partir d'aquí, ha de romandre sempre per sota d'aquesta taxa,
- l'extractor continua funcionant mentre continuïn les activitats al box.

Models d'extractor de fums diferents que existeixen al mercat es publiciten amb una gràfica de rendiment en la qual:

- a l'eix horitzontal s'expressa el temps transcorregut, en minuts, des que s'engega l'extractor,
- al vertical es representa la taxa corresponent de  $\text{CO}_2$ , en percentatge, existent al local.

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** representeu una de les gràfiques possibles del model d'extractor que compleixi amb les descripcions requerides. Incloeu la informació següent:
- escales dels eixos d'abscisses i ordenades del gràfic, amb les unitats convenients,
  - domini i recorregut de la funció que descriu la taxa de concentració de  $\text{CO}_2$  al box,
  - intervals de creixement i decreixement. Coordenades del punt de màxima concentració de  $\text{CO}_2$  al box,
  - l'instant en el qual la concentració de  $\text{CO}_2$  és del 5 %,
  - si segons la gràfica que ha dibuixat el percentatge de  $\text{CO}_2$  s'estabilitza en algun moment i, en cas afirmatiu, en quin valor.
- b) **(1.5 punts)** la Maria és molt aficionada a les carreres, per la qual cosa va a inscriure's en un circuit de karts per practicar a la categoria que correspon a la seva edat. Li han donat informació sobre els preus en forma de gràfica. Construïu una expressió algebraica que es correspongui amb la gràfica representada i feu una breu explicació de la situació que està modalitzant, parant esment a les variables que s'hi relacionen i la relació que existeix entre elles.



## CODI CC1. CIRCUIT. QÜESTIÓ 1

En els esdeveniments i concentracions com els d'un Gran Premi de Motociclisme, en els quals hi ha molts desplaçaments per carretera, des de la Direcció General de Trànsit (DGT) es posa l'accent en la prudència, la velocitat i el consum d'alcohol. La recomanació és no conduir mai sota els efectes de l'alcohol, per molt baixa que sigui la seva concentració en la sang. La taula següent mostra els límits de concentració d'alcohol en la sang permesos per la DGT.

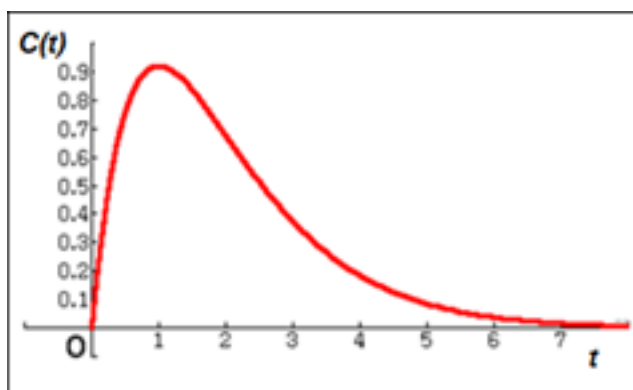
Taxa d'alcoholèmia	TIPUS DE CONDUCTOR	EN LA SANG
	Conductors en general	0.5 g /l
	Novells i professionals	0.3 g/l

Taula 1: límits establerts per la normativa actual de la DGT

Suposem que la taxa de concentració en la sang ve donada, en general, per la funció

$$C(t) = 2.5 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

essent  $t$  el temps en hores des de la ingesta d'alcohol i  $C(t)$  la concentració d'alcohol en la sang en g/l. La gràfica de la funció és la següent:



Se us demana:

**(0.5 punts cada tipus de conductor: 1 punt en total)** A partir de quin moment, després de la ingesta d'alcohol, un conductor pot estar segur que no supera el límit establert? Proporcioneu una resposta per a cada tipus de conductor. La resposta ha de ser el més aproximada possible.

## CODI CC2. CIRCUIT. QÜESTIÓ 2

Dos proveïdors, Amotalia i Bemotos, proporcionen a la indústria de la motocicleta 1400 i 1100 peces d'unes característiques determinades, respectivament. El 2 % de les peces produïdes per Amotalia i el 3 % de les de Bemotos són defectuoses. Se us demana:

a) **(0.5 punts)** Completeu la taula:

	Peces defectuoses	Peces no defectuoses	Total
Proveïdor Amotalia			
Proveïdor Bemotos			
Total			2500

b) **(0.5 punts)** Calculeu de manera raonada la probabilitat que una peça vingui del proveïdor Amotalia tot i sabent que és defectuosa.



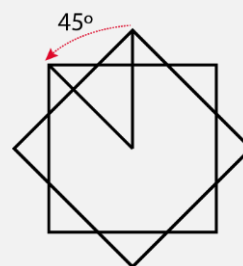
## UNITAT D' AVALUACIÓ: ESTRELLA MUDÈJAR

A l'art mudèjar es repeteixen motius i patrons geomètrics diferents. Un d'ells és l'estrella mudèjar de 8 puntes que mostra la figura 1:



**Figura 1:** detall de la catedral de Saragossa on es veuen estrelles mudèjars

(font [https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia\\_laseo.htm](https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia_laseo.htm), José María Sorando)



**Figura 2:** construcció d'una estrella mudèjar a partir de dos quadrats iguals

Per generar el perfil d'una d'aquestes estrelles mudèjars, es poden utilitzar dos quadrats del mateix costat, girant-ne un  $45^\circ$  com observem a la figura 2.

### CODI EP1. ESTRELLA MUDÈJAR. PROBLEMA 1

En unes obres de restauració de la catedral es necessita tornar a posar rajoles en una zona del mur que conté **estrelles mudèjars** com les que hi ha a la figura 1 i que s'esquemmatitzen a la figura 3. Aquestes estrelles es construeixen a partir de dues estrelles mudèjars concèntriques de grandària diferent. La part interior de la petita s'emplena de rajoles blanques i la part que queda entre ambdues s'emplena amb rajoles de color.

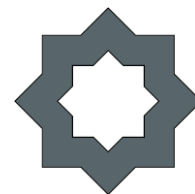
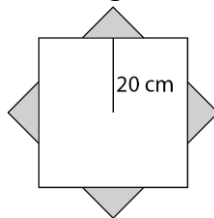
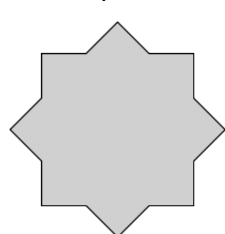


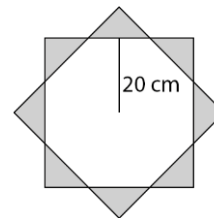
Figura 3

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** calculeu, en metres quadrats, la superfície de l'estrella exterior, basada en el quadrat de 40 cm de costat. Observeu la figura 4 on es mostra que l'estrella pot descompondre's de diverses maneres: 1 quadrat i 4 triangles; o 1 octàgon i 8 triangles, entre d'altres:



Proposta de descomposició 1



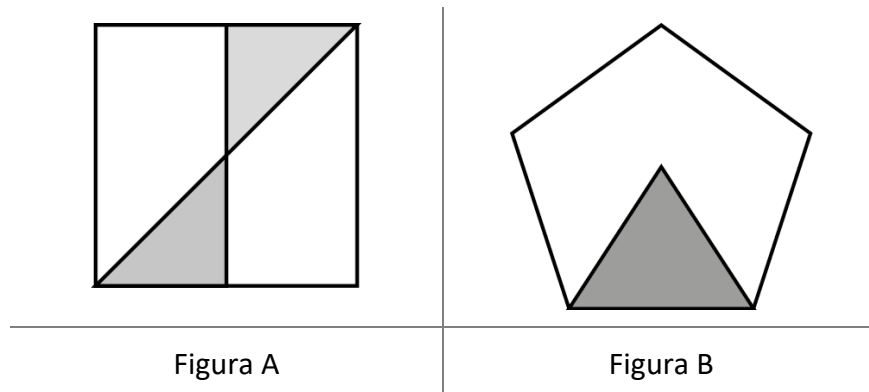
Proposta de descomposició 2

Figura 4

- b) **(1.5 punts)** per fer la reforma es necessiten cinc peces com les de la figura 3 la part exterior de la qual es basa en un quadrat de **40 cm de costat** i l'interior de **30 cm de costat**. Si les rajoles de color costen 400 € el metre quadrat i les blanques 100 € el metre quadrat, calculeu el preu de la reforma. **Observació:** Si no heu resolt l'apartat anterior, suposeu que el resultat d'aquest apartat és  $0.25 \text{ m}^2$ .

## CODI EP2. ESTRELLA MUDÈJAR. PROBLEMA 2

Després de la restauració de la catedral, es procedeix a la reobertura al públic. A l'esplanada d'enfront, s'hi ha col·locat sòl amb rajoles de les formes següents:



- a) **(1 punt)** En arribar hi ha una mica de cua. Un cartell anuncia que la mitjana de temps d'espera és de 10 minuts. En un matí hi ha hagut 19 grups de visitants que han esperat, de mitjana, 10.1 minuts. Si arriba un últim grup, quant hauria d'esperar el grup perquè realment es compleixi la informació sobre la mitjana anunciada?
- b) **(0.5 punts)** Als visitants, se'ls proposa un joc que consisteix a tirar una fitxa en una de les dues figures A i B. Guanyen un record de la visita si la fitxa cau a la zona ombrejada. Calculeu de manera raonada la probabilitat que la fitxa caigui a la zona ombrejada a cadascuna de les figures i indiqueu en quina d'elles hi ha més probabilitat de guanyar.
- c) **(1.5 punts)** També se'ls proposa el joc següent de competició entre dos grups:  
A cada grup se li lliura una fitxa i se li assigna una figura (A o B).
- El primer grup llançarà una fitxa sobre la seva figura. Si cau a la zona ombrejada, guanya la partida.
  - Si cau a la zona no ombrejada, el torn passa a l'altre grup, que llença la seva fitxa sobre la seva figura. Si la fitxa cau a la zona ombrejada, guanya la partida.
  - En cas contrari el joc acaba amb empat.

L'equip que llança primer la seva fitxa juga amb la figura amb menor probabilitat d'ombra.

Raoneu quin dels dos equips té major probabilitat de guanyar, el que juga amb la figura A o el que juga amb la figura B.

### CODI EC1. ESTRELLA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 1

Els arquitectes que planifiquen la reforma necessiten saber les coordenades de diversos punts per fer-ne els plànols. Han representat una estrella en uns eixos de coordenades, com mostra la figura 5. La figura s'ha girat respecte a l'eix horitzontal.

Com haureu observat, els punts A, B, C, D, E, F, G i H formen un octàgon regular, com mostra la figura 5. Les coordenades del punt A són (18.35, 11.47).

Com sabeu, els vèrtexs d'un octàgon són els afixos(\*) de les arrels vuitenes d'un nombre complex.

- (0.25 punts)** Calculeu l'angle que forma l'eix d'abscisses amb el segment OD (argument del nombre complex l'afix del qual és D).
- (0.5 punts)** Calculeu el mòdul d' $\overrightarrow{OD}$  (mòdul del número complex amb afix D). Escriviu el número complex amb afix D en forma polar.
- (0.25 punts)** Calculeu les coordenades cartesianes de D.

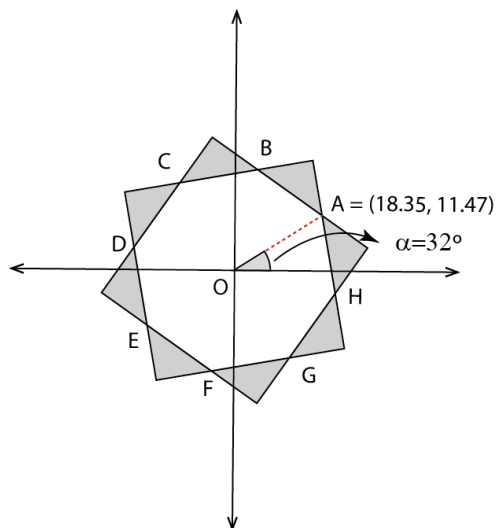
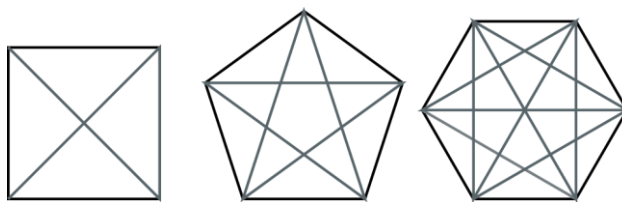


Figura 5

(\*) **Afix:** punt del pla que representa las coordenades cartesianes d'un número complex.

### CODI EC2. ESTRELLA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 2

**(1 punt)** Per als actes commemoratius d'un dels centenaris de la catedral, la ciutat ha decidit decorar els carrers amb diferents elements geomètrics. Un tipus de peces que es penjaran sobre els carrers consisteix en perfils metàl·lics amb forma de polígon regular. Les diagonals dels polígons es guarniran amb cintes de colors.



Seleccioneu la fórmula que representa el nombre de cintes necessàries per guarnir les diagonals d'un polígon de **n costats**. Només hi ha una resposta correcta. Raoneu la resposta.

A.  $(n - 3) \cdot (n - 2)$

C.  $\frac{(n-1) \cdot (n-2)}{3}$

B.  $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

D.  $(n - 3)^2 \cdot (n - 2)$