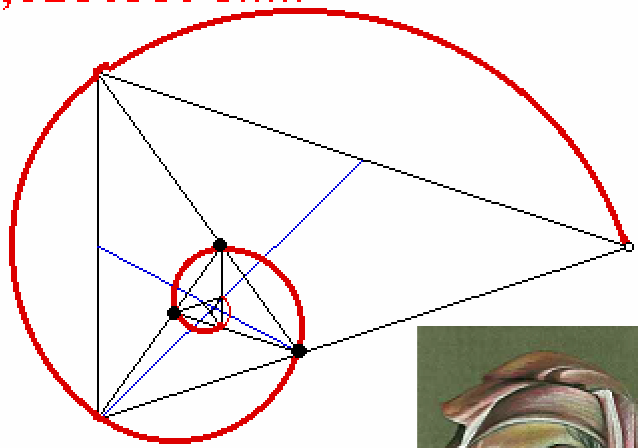
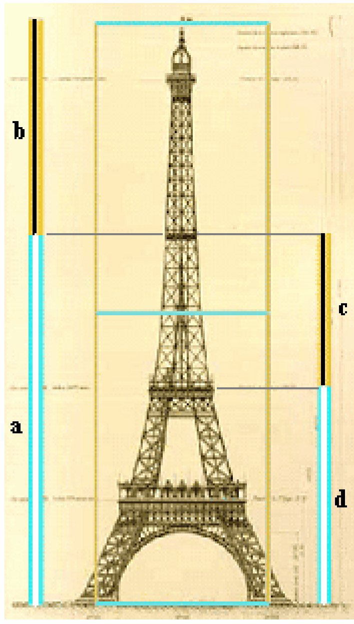
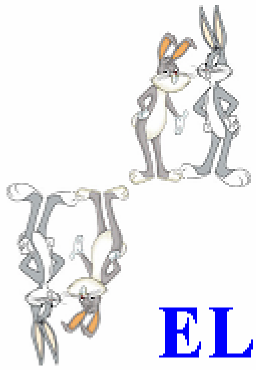
1,61803398.....



1,61803398.....

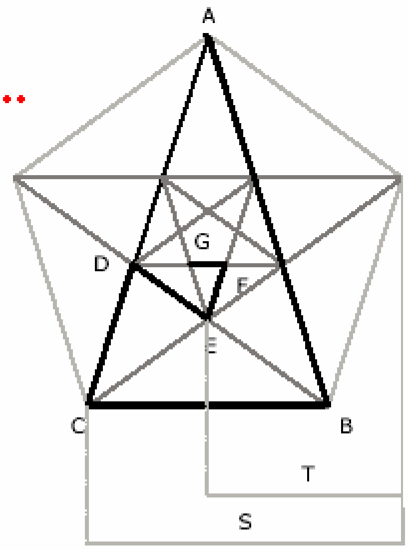




EL NUMERO DE ORO ES IRRACIONAL

1,61803398....

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

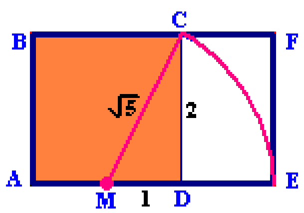
1,61803398.....

EL NUMERO DE ORO, $\Phi = 1{,}618033989$........

El **número de oro**, también conocido como **razón áurea**, suele representarse con la letra griega Φ, en honor a Fidias, el arquitecto que diseñó el Partenón, (es un templo dedicado a la diosa Atenea que protege la ciudad de Atenas), es el monumento más importante de la civilización griega antigua y se le considera como una de las más bellas obras arquitectónicas de la humanidad.
El descubrimiento de este número se atribuye a la escuela Pitagórica, de hecho los pitagóricos utilizaban como símbolo la estrella de cinco puntas, en la que aparecen distintas razones ó proporciones áureas, como veremos más adelante en el desarrollo de este tema.
Pero, ¿Por qué es tan importante este número?, ¿Qué mide?.
Este número aparece repetidamente en el mundo que nos rodea, primeramente en la naturaleza, en las proporciones de los cuerpos de los seres vivos, en la forma de distribuirse hojas y flores en el tallo de las plantas, y luego en todas las obras de la mano del hombre. Se ha usado como elemento de diseño en construcciones arquitectónicas tan antiguas como la pirámide de Keops, siempre con el propósito de crear belleza, armonía y perfección.

1. EL NÚMERO DE ORO EN MATEMATICAS

Construir un rectángulo de oro y obtener el valor del número Φ es equivalente. Un rectángulo áureo es aquel que se puede dividir en un cuadrado y otro rectángulo menor pero semejante al inicial.
A continuación se demuestra cuál debe ser la proporción entre los lados de un rectángulo para que este sea áureo.

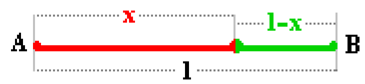


Partimos inicialmente de un cuadrado de lado 2 unidades (el cuadrado puede tener cualquier medida y el resultado numérico de Φ sería el mismo). En el cuadrado ABCD se dibuja el punto medio M del lado AD, con centro en este punto M y con un radio igual a la distancia MC se traza un arco de circunferencia en sentido horario hasta que corte a la prolongación de la línea horizontal AD, se obtiene así el punto E, se completa la construcción hasta obtener el rectángulo ABEF.
Este rectángulo tiene entre sus lados la relación áurea, es decir si se divide el lado mayor entre el lado menor se obtiene el valor Φ.

$$\text{lado grande} = 1 + \sqrt{5}\,, \quad \text{lado pequeño} = 2,$$

$$\frac{\text{lado grande}}{\text{lado pequeño}} = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398....$$

También se puede dividir una longitud cualquiera en proporción áurea.



Tomamos un segmento cualquiera de longitud l , queremos calcular cuánto debe medir cada una de las partes del segmento para que dichas longitudes estén en proporción áurea. Supongamos que **x** es la parte mayor y **l–x** la parte pequeña.
Estar en proporción áurea quiere decir que la relación entre la longitud total y la parte mayor es lo mismo que la relación entre la parte mayor y la menor. $\frac{l}{x} = \frac{x}{l-x}$
realizamos los cálculos:

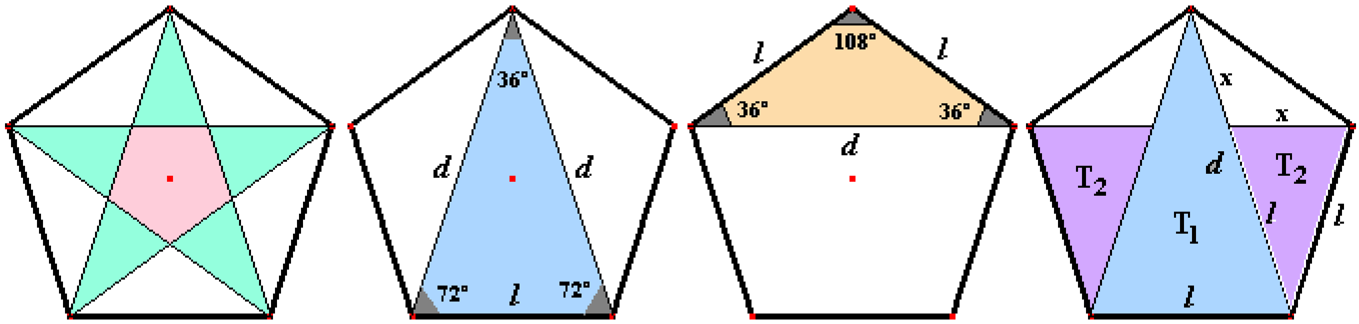
$$\frac{l}{x} = \frac{x}{l-x} \Rightarrow l \cdot (l-x) = x^2 \Rightarrow x^2 + lx - l^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5l^2}}{2} = \begin{cases} l\,\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}61803398 \cdot l \\[2ex] l\,\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} = (\text{negativo}) \quad -1{,}61803398 \cdot l \end{cases}$$

El resultado nos dice que para que un segmento quede dividido en proporción áurea se debe cortar por el 61,803398% de su longitud.

Veámos ahora cuál es la relación entre la longitud total y la parte mayor:

$$\frac{l}{x} = \frac{l}{l \cdot \frac{-1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{-1+\sqrt{5}} = \frac{2\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6183398.....$$ justo el número de Oro.

Si consideremos un **pentágono regular**, en el cual se han dibujado las diagonales, y contamos la cantidad de triángulos diferentes que aparecen en toda la figura, observaremos que solamente hay 2 tipos de triángulos isósceles, y cualquier otro sería semejante a uno de estos dos, estos triángulos se llaman áureos ó también triángulos de Robinson. Vamos a utilizarlos para demostrar que la diagonal y el lado de un pentágono regular están en relación áurea :



Los triángulos T_1 y T_2 son semejantes (dejamos la demostración como ejercicio).
Escribimos entonces la relación de semejanza para sus lados :

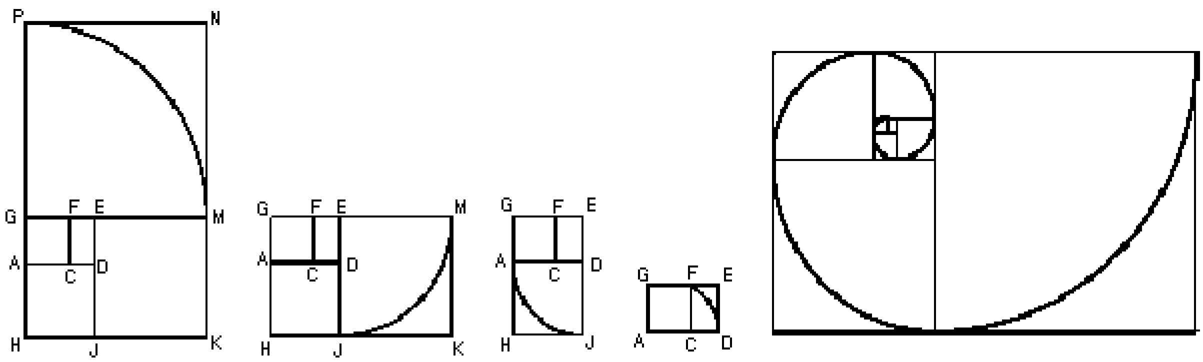
$(T_1)\,\frac{d}{l} = \frac{l}{x}\,(T_2) \;\rightarrow\; x = \frac{l^2}{d}$ **y observamos en el triángulo T_1 que** $d = l + x$, **entonces tenemos la ecuación**

$$d = l + \frac{l^2}{d} \;\rightarrow\; d^2 = l\cdot d + l^2 \;\rightarrow\; d^2 - l\cdot d - l^2 = 0 \;\rightarrow\; d = \frac{l \pm \sqrt{l^2+4l^2}}{2} = \frac{l \pm l\sqrt{5}}{2} = \begin{array}{l} l\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ l\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}$$

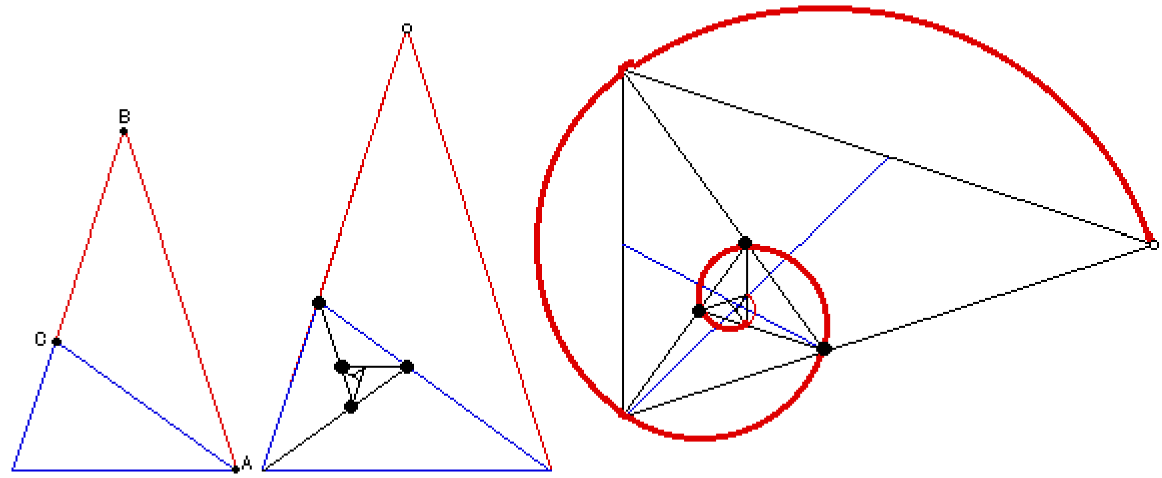
Hemos pues obtenido que $d = l\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **, es decir** $\frac{d}{l} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi = 1{,}61803398$

RECTANGULOS ÁUREOS, TRIANGULOS ÁUREOS Y ESPIRAL LOGARÍTMICA

Los rectángulos áureos cumplen una sorprendente propiedad, y es que dentro de un rectángulo áureo se pueden meter infinitos rectángulos más, de manera que sigan siendo áureos. El rectángulo áureo inicial HKNP se ha dividido en un cuadrado y otro rectángulo áureo GMKH, y en este último se repite el proceso..., y así indefinidamente hasta tener infinitos de estos rectángulos. Para construir la espiral logarítmica, se utilizará el cuadrado de cada rectángulo áureo, se trazan arcos en estos cuadrados, con la única condición de elegir el centro conveniente para que la espiral tenga continuidad.



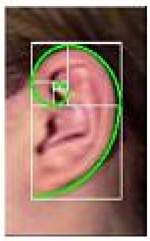
Una espiral casi idéntica se puede obtener utilizando los triángulos áureos, ya que estos cumplen la misma propiedad que los rectángulos: es posible construir una sucesión infinita de triángulos áureos. Para ello se utilizarán los dos triángulos áureos del pentágono regular: un triángulo isósceles áureo de ángulos 72º, 72º y 36º que se divide en otros dos triángulos áureos, uno semejante al inicial y el otro tiene ángulos cuyas medidas son : 36º, 36º y 108º.
La espiral se va construyendo con arcos de circunferencia de centros los puntos de división en cada triángulo y arco de 108º.



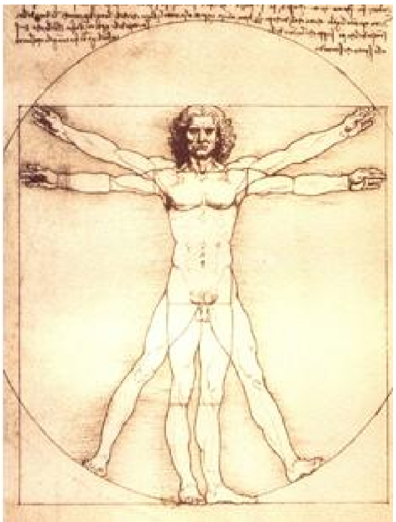
La espiral logarítmica es un elemento matemático que nos acerca geométricamente a la idea del infinito. Transmite una sensación de desequilibrio, debido simplemente a la limitación que tienen las células de nuestra retina para distinguir con claridad puntos muy próximos o longitudes muy pequeñas, frente a la rapidez con la que el cerebro va completando la imagen para continuar la espiral.

Esta bella gráfica está presente en la naturaleza por doquier:
En el proceso de crecimiento de algunas plantas.
En animales con concha.
En la forma de algunas galaxias.
También en tornados y ciclones.
En el comportamiento de algunos animales: un halcón se aproxima a su presa en un vuelo con forma de espiral logarítmica, de esta manera tiene siempre el mejor ángulo de visión.
Los insectos se aproximan a la luz revoloteando en forma de espiral logarítmica.
En el oído interno tenemos una espiral logarítmica perfecta.

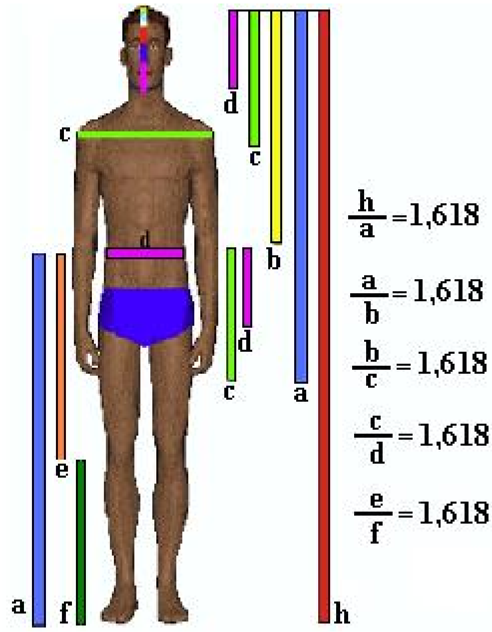
A esta espiral se la conoce también con el nombre de espiral de Bernoulli, este matemático suizo, Jakob Bernoulli, fascinado por la belleza de la espiral ordenó ponerla en el epitafio su tumba.

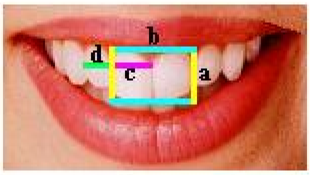
2. EL NÚMERO DE ORO EN LA NATURALEZA

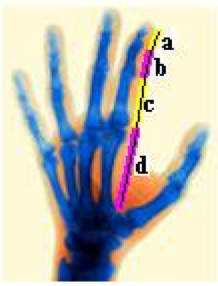


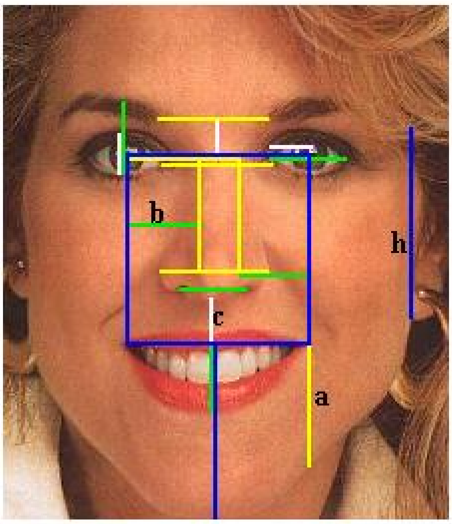
El hombre como medida de todas las cosas, según el esquema de ***El hombre de Vitruvio***, que es un auténtico símbolo para la humanidad y que recoge las ideas clave del pensamiento renacentista que tan bien supo plasmar Leonardo Da Vinci en su famoso dibujo "La cuadratura humana".
Realmente el gráfico conocido como El hombre de Vitruvio es una ilustración que Leonardo Da Vinci realizó para el libro La Divina Proporción, escrito por su amigo Luca Pacioli, quien a su vez tomó sus ideas de los arquitectos romanos del renacimiento. En este gráfico aparece un hombre inscrito en un cuadrado y en círculo, y sólo intenta mostrar las proporciones áureas que hay en un cuerpo humano.



Algunas de estas proporciones las podemos explicar sobre el siguiente gráfico:
h es la altura total y **a** es la altura del ombligo, medida desde la planta de los pies, o también la longitud desde la parte más alta de la cabeza hasta la punta de los dedos de las manos, medida con los brazos estirados y pegados al cuerpo.
b es la distancia desde la parte superior de la cabeza al codo, y **b** es la sección áurea de **a.**
c es la longitud desde el codo hasta la punta de los dedos, y también el ancho de hombros. **d** , que es la sección áurea de **c**, es la longitud desde el codo hasta el comienzo de la mano en la muñeca, y también el ancho de la cintura.
e es la distancia entre el ombligo y la rodilla, y su sección áurea **f** , es la distancia desde la rodilla a la planta de los pies.







En nuestro rostro también hay relaciones áureas que confirman la importancia de este número en las proporciones del cuerpo humano.
En un rostro relajado, con una sonrisa natural, los puntos formados por las pupilas y los extremos de la boca determinan un cuadrado, cuyo lado, **h**, coincide con la altura de la oreja.
La sección áurea de h, **a**, es el ancho de nariz, distancia entre cejas, distancia entre ojos, distancia entre el extremo de la boca y la barbilla. La sección áurea de a, **b** , es la distancia entre orificios nasales y también la longitud del ojo. La sección áurea de b , **c** , es la distancia entre nariz y boca y también el ancho del ojo.

$$\frac{\textbf{largo cara}}{\textbf{ancho cara}} = \mathbf{1,618} = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}}$$

La longitud total de la cara y el ancho total de la cara están en la proporción del número de oro; es decir, nuestro rostro se podría inscribir en un rectángulo áureo.
Nuestros dientes siguen la proporción áurea, y así los dos incisivos superiores están inscritos en un rectángulo de oro. El ancho del primer diente incisivo y el ancho del diente que le sigue están en relación áurea.
En nuestras manos las falanges están en sucesión áurea.

EL NÚMERO DE ORO Y LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

Si observamos con detenimiento matemático algunas flores y plantas a nuestro alrededor, surgen inmediatamente cuestiones inevitables : ¿Por qué las margaritas tienen generalmente 34, 55 u 89 pétalos? ¿Por qué las piñas tienen 8 espirales diagonales en un sentido y 13 en el otro? ¿Por qué en el girasol se pueden contar 21 espirales en un sentido y 34 en el otro? , ¿Por qué las hojas, a medida que crece la planta, se disponen de forma que, entre una hoja y la siguiente, que estuviese exactamente en la misma posición, la planta ha girado un número de vueltas que coincide con algunos de la sucesión 3, 5, 8, 13......?.

¿Casualidad, azar, o armonía numérica relacionada con el mejor aprovechamiento de las condiciones de luz en en el ambiente y el crecimiento en las óptimas condiciones?

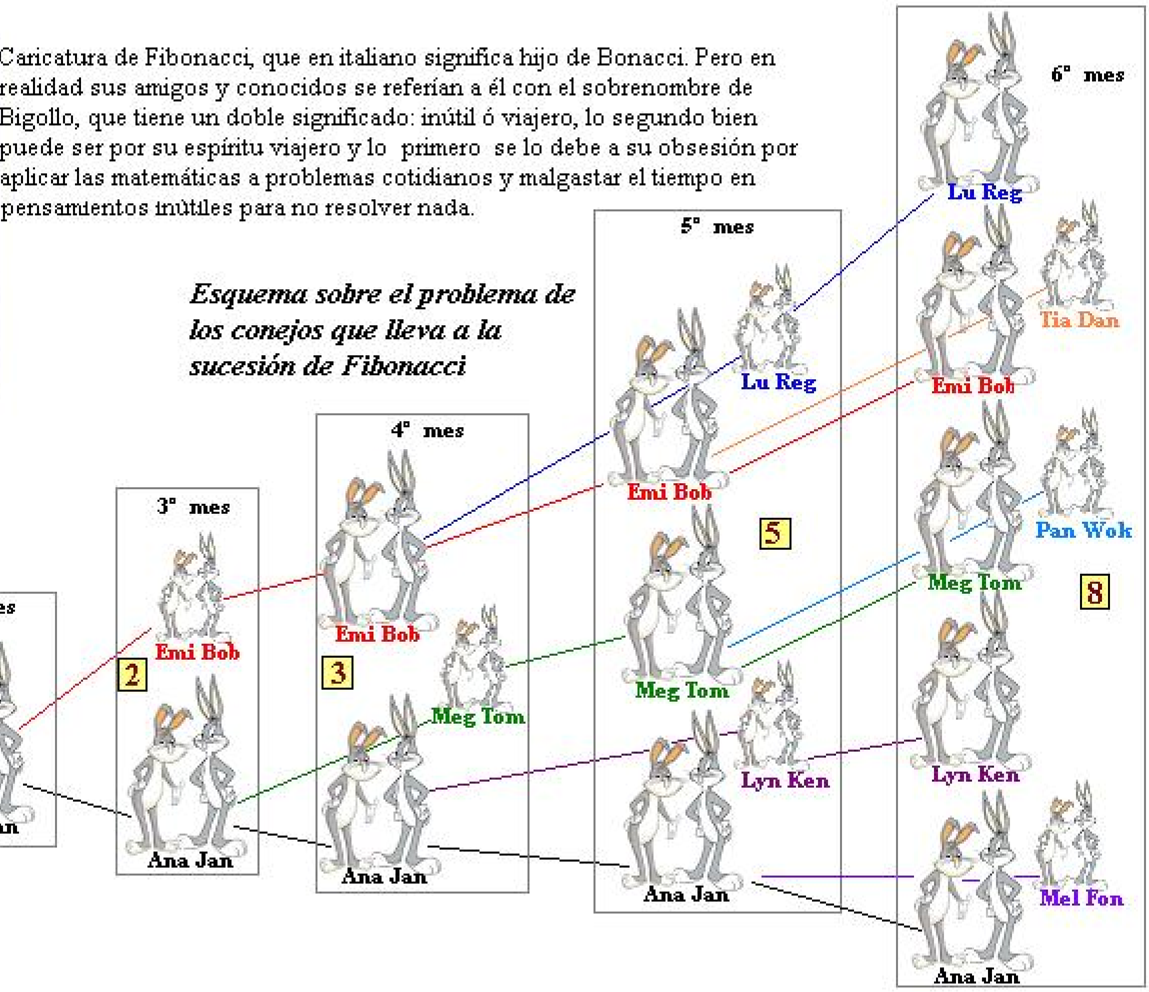
Todos los números arriba mencionados no son números dispuestos al azar, sino que forman parte de la sucesión de Fibonacci. *Fibonacci es el sobrenombre con el que se conoció al rico comerciante Leonardo de Pisa (1170-1240) quien viajó por el Norte de África y Asia y trajo a Europa algunos de los conocimientos de la cultura árabe e hindú, entre otros la ventaja del sistema de numeración arábigo.*

Leonardo de Pisa aprovechó sus viajes comerciales por todo el mediterráneo, Egipto, Siria, Sicilia, Grecia..., para entablar contacto y discutir con los matemáticos más notables de la época y para descubrir y estudiar a fondo los Elementos de Euclides, que tomará como modelo de estilo y de rigor.

De su deseo de poner en orden todo cuanto había aprendido de aritmética y álgebra, y de brindar a sus colegas comerciantes un potente sistema de cálculo, cuyas ventajas él había ya experimentado, nace, en 1202, el Liber abaci, la primera obra matemática de la Edad Media.

En este libro aparecen por primera vez en Occidente, las nueve cifras hindúes y el signo del cero. Leonardo de Pisa brinda en su obra reglas claras para realizar operaciones con estas cifras tanto con números enteros como con fracciones, pero también proporciona la regla de tres simple y compuesta, normas para calcular la raíz cuadrada de un número, así como instrucciones para resolver ecuaciones de primer grado y algunas de segundo grado. Pero Fibonacci es más conocido entre los matemáticos por una curiosa sucesión de números:1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89....que colocó en el margen de su Liber abaci junto al conocido "problema de los conejos" que más que un problema parece un acertijo de matemáticas recreativas. El problema de los conejos en lenguaje actual diría: ***"Una pareja de conejos tarda un mes en alcanzar la edad fértil. A partir de ese momento cada vez engendra una pareja de conejos, que, a su vez, tras ser fértiles, engendrarán cada mes una pareja de conejos. ¿Cuántos conejos habrá al cabo de un determinado número de meses?."***

Caricatura de Fibonacci, que en italiano significa hijo de Bonacci. Pero en realidad sus amigos y conocidos se referían a él con el sobrenombre de Bigollo, que tiene un doble significado: inútil ó viajero, lo segundo bien puede ser por su espíritu viajero y lo primero se lo debe a su obsesión por aplicar las matemáticas a problemas cotidianos y malgastar el tiempo en pensamientos inútiles para no resolver nada.



Y la sucesión de Fibonacci y el Número de Oro están relacionados : Al tomar más términos de la sucesión y hacer el cociente entre un término y el anterior, resulta que este cociente se aproxima cada vez más al número de oro.

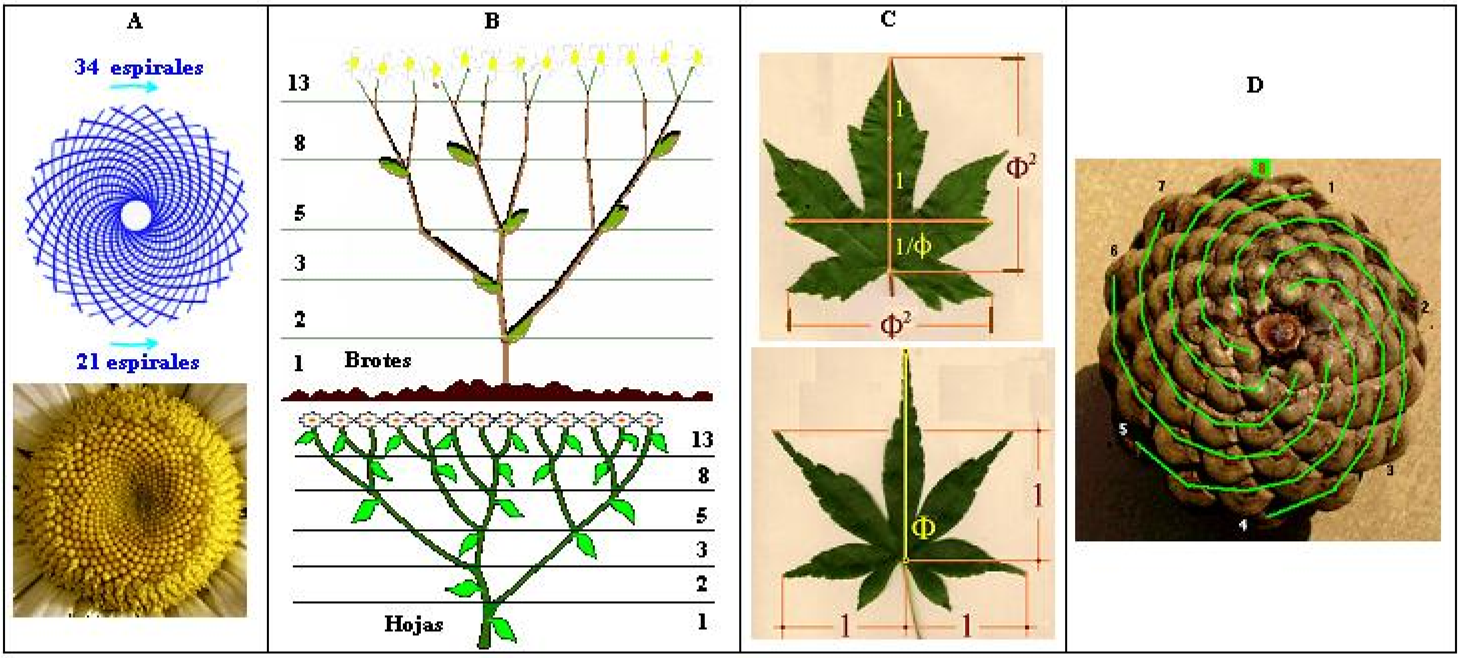
La sucesión de Fibonacci es una sucesión donde cada término es igual a la suma de los dos anteriores:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \qquad \mathbf{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584...}$$

Además se cumple que : $$\lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398$$

En el gráfico B, se nuestra un esquema donde, a medida que crece la planta, el número de brotes que salen del tronco principal, y la cantidad de hojas totales en los nuevos brotes, están en sucesión de Fibonacci.

Algunas evidencias del Número de Oro y Fibonacci en la naturaleza

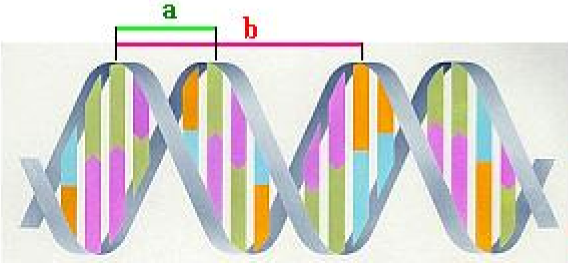


En la molécula del ADN (DNA) , el programa más perfecto donde se guarda la información de la vida, también aparecen las proporciones del número de Oro.

Realizando un corte transversal a la molécula de ADN, aparece un decágono, y este decágono es el resultado de 2 pentágonos superpuestos, uno girado 36º con respecto al otro, y en el pentágono tenemos el número de Oro: la relación entre diagonal y lado.

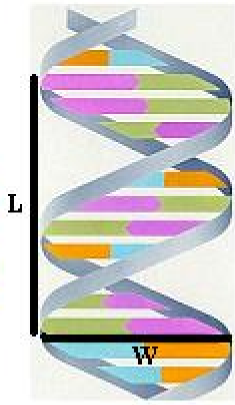
Tomando un ciclo completo de la doble hélice de la molécula de ADN, las medidas que aparecen para el ancho son 21Å, angstroms, y 34 Å para el largo, números ambos de la serie de Fibonacci, y cuyo cociente es casi **Φ**, el número de Oro.

Y también la relación entre la distancia de un punto cualquiera y su inmediato consecutivo en su misma hélice, después de una vuelta completa, **b**, y la distancia de ese primer punto a su correspondiente consecutivo en la siguiente hélice, **a**, es el número de Oro, **Φ = 1,61803398.**



esquema de la doble hélice de la molécula de ADN

sección transversal de la molécula de ADN



3. EL NÚMERO DE ORO EN EL ARTE

En varias sonatas para piano de Mozart, la proporción entre el desarrollo del tema y su introducción es la más cercana posible a la razón áurea.

Características de la Sonata Nº1 para piano de Mozart:

- ***El segundo tema armónico de la obra siempre es más extenso que el primero***
- ***Primer movimiento subdividido en 38 y 62 compases y 63 / 38 = 1.6315***
- ***Segundo movimiento subdividido en 28 y 46 compases y 46 / 28 = 1.6428***

Aunque no sabemos con precisión que Beethoven estuviera al tanto de esto, en su Quinta Sinfonía, distribuye el tema siguiendo la sección áurea. El clímax de la obra se encuentra al 61,8 % de ella.

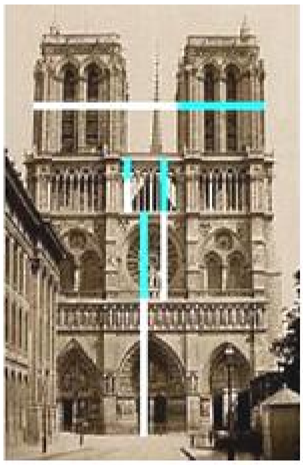
El Piano: El piano está constituido por siete octavas ordenadas de forma creciente de graves a agudas. Así, los primeros seis números de la Sucesión de Fibonacci figuran en una octava de piano, la cual consiste en 13 teclas: 8 teclas blancas y 5 teclas negras, en grupos de 2 y 3 (todos números de la sucesión de Fibonacci).

El Partenón, templo griego dedicado a la diosa Atenea que protegía la ciudad de Atenas, fue mandado construir por Pericles, en honor de la diosa. Su realización fue encargada a los arquitectos Calícrates e Ictinios, bajo la supervisión artística del maestro Fidias, de quien toma su nombre el número de Oro (**Φ** phi), entre los años 447 y 432 a.C. Fidias utilizó en su construcción su conocimiento de la belleza y armonía, inherentes al número áureo, para fijar las dimensiones de todo el edificio y situar los detalles escultóricos. En su diseño los arquitectos debieron de realizar numerosos estudios y maquetas, y el complejo arquitectónico en conjunto, y en cada una de sus partes, tiene presente la división áurea.

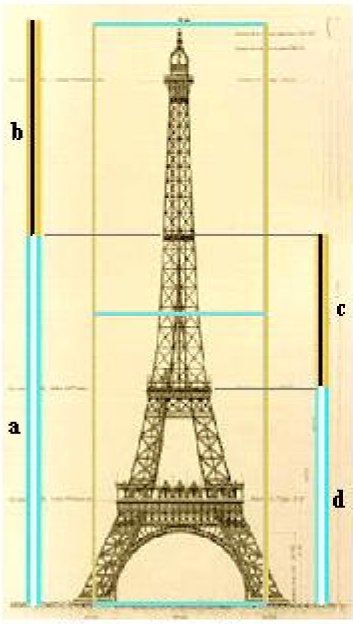
Y en la gran pirámide de Keops la relación entre la mitad del lado de la base y la altura de los triángulos laterales es también el número de Oro.

También está presente el número de Oro en construcciones un poco más cercanas, como la Torre Eiffel o la catedral de Notre Dame.

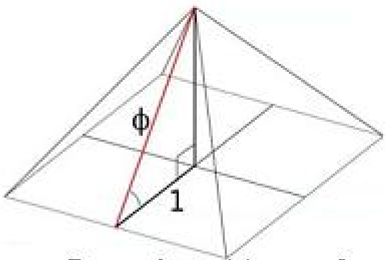
Rectángulos de Oro en el Partenón



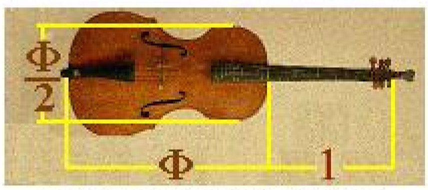
Proporciones Aúreas en la Catedral de Notre Dame



Proporciones Aúreas en la Torre Eiffel



Proporciones Aúreas en la Pirámide de Keops



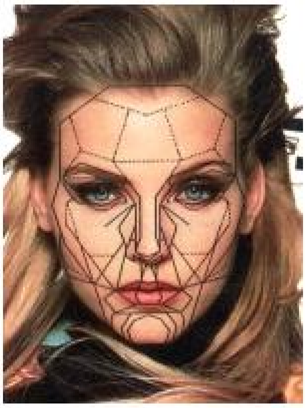
Relaciones Aúreas en un violín

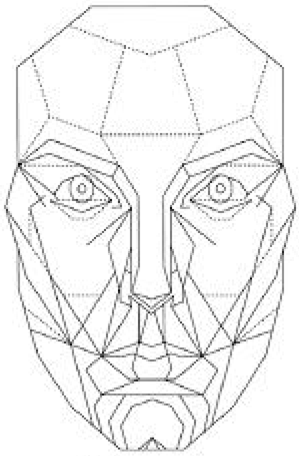
Pero probablemente donde sorprenda un poco más encontrar el número de la Divina Proporción es en el terreno de la cirugía estética, surgida del afán por eliminar la imperfección del rostro humano y alcanzar más belleza y armonía. Este afán llevó al famoso cirujano plástico, Stephen Marquardt, afincado en California, a viajar por todo el mundo, realizando numerosas encuestas sobre belleza y tratando de encontrar un factor común a todas las caras bellas y armoniosas de este planeta. Encontró interesantes resultados sobre **simetría** y proporciones que le llevaron a contactar con expertos matemáticos en el campo de Teoría de la Medida, y también con ingenieros informáticos capaces de procesar en sus ordenadores los millones de datos recabados para transformarlos en imágenes. El resultado de años de trabajo en equipo es un elemento matemático, mundialmente conocido como Máscara de Stephen Marquardt, y que sirve, nada más y nada menos que para medir la belleza.

Y esto no es una construcción pretenciosa con afán de llamar la atención, es simplemente el número de Oro elevado a la máxima potencia: El ansia de control y dominio por parte del ser humano para alcanzar la perfección.

La máscara es el resultado de múltiples superposiciones de elementos áureos: pentágonos, triángulos áureos, rectángulos de Oro. Si se superpone una copia de la máscara, realizada en papel o plástico transparente, sobre una fotografía de un rostro humano, cuantas más líneas de la máscara coincidan con las líneas reales del rostro más belleza y armonía hay en dicho rostro.

Multitud de personajes famosos de todo el mundo se han sometido al test de la máscara, y resultó que aquellas personas mejor valoradas en nuestro planeta por su belleza, tienen rasgos faciales que coinciden, al menos en un 80%, con las líneas de la máscara. ¡¡¡¡Curioso!!!!





Máscara de Stephen Marquardt

SOBRE LA SIMETRÍA EN EL CUERPO HUMANO

Por norma general asociamos la simetría con una buena salud, e inconscientemente esta razón nos mueve a la hora de fijarnos en una persona como posible pareja, y a su vez la razón más frecuente para buscar pareja es el asegurarse la continuidad de la especie (todo esto en condiciones normales: todos sabemos que existen casos que se alejan de la normalidad, que existen fecundaciones en vitro y muchos experimentos cuestionables desde el punto de vista moral, porque en definitiva también lo son desde el punto de vista natural)

Así que no habría demasiado margen de error si se aplica una serie de implicaciones lógicas que unirían elementos aparentemente muy dispares entre sí:

Matemáticas → Simetría → Salud → Atractivo, Belleza → Perpetuidad de la especie.

Pero siempre lo bueno de cualquier teoría es que hay defensores y detractores. El tema que aquí se expone es complejo y se podría extender por páginas y nombres de científicos que dedican o ya han dedicado muchas horas de su trabajo a estudios que ayudan a clarificar el papel de la simetría en el cuerpo humano. Se exponen a continuación algunos ejemplos :

La investigadora polaca ***Grazyna Jasienska*** *ideó un experimento para descubrir si las mujeres simétricas tenían niveles más elevados de la hormona estradiol (clave para la reproducción). Su equipo publicó los resultados en "Evolution and Human Behavior". Compararon para esta prueba los dedos anulares izquierdo y derecho de 183 mujeres polacas de entre 24 y 36 años. Aquellas mujeres cuyos dedos diferían en largo en más de dos milímetros integraban el grupo asimétrico. Sus niveles de estradiol eran un 13% más bajos que el promedio por lo que no resultarían tan atractivas a los ojos del sexo opuesto como sus compañeras simétricas, puesto que nuestro cerebro está capacitado para detectar y considerar sexualmente atractivos aquellos estímulos corporales que son*

10indicadores de un mayor potencial reproductor. Respecto al género masculino, según varias investigaciones la mayor simetría en los hombres corresponde con un esperma más abundante y veloz.

Asimismo, a mediados de los años 90, la ***Universidad de Texas en Austin*** *realizó un estudio durante el cual se les mostraron a bebés de entre tres y seis meses de edad fotos de diversos rostros. Los bebés pasaron más tiempo mirando los rostros más simétricos. De esta forma, los investigadores concluyeron que el interés por la simetría facial es un factor innato que determina la atracción.*

Desde el mundo científico los que rebaten esta teoría sobre el "ideal simétrico" alegan que, si bien el cuerpo humano posee una simetría bilateral característica, esta no es completa ya que al dividir una fotografía de un rostro en dos mitades podemos comprobar que existe un lado predominante, normalmente el derecho (el izquierdo en zurdos), que es de mayor tamaño que el no dominante. Respaldando esta idea y en palabras de ***Jacques Monod*** *(premio Nobel de Medicina 1965) "en el mundo biológico la simetría existe, pero con frecuencia aparece por accidente". El humano parece ser la criatura que más inclinación siente por la* ***asimetría*** *pues empezando por el cerebro, cada una de sus mitades realiza tareas distintas; y siguiendo por todo el interior del cuerpo -un hígado, dos pulmones diferentes…-, nuestro organismo no cumple dichos cánones. "Cuando miramos las caras como lo hacemos todos los días, cada mitad envía señales diferentes a los dos hemisferios cerebrales, que también son asimétricos en sus funciones. Esto podría explicar por qué una simetría facial perfecta no es crucial", asegura Dahlia Zaidel, de la Universidad de California.*

Sin embargo, mientras se multiplican los estudios y teorías sobre el poder de seducción de las formas simétricas, no debemos ignorar el hecho de que al valorar el atractivo o la belleza entran en juego numerosos factores psicosociales. El doctor Marquardt se atreve incluso a sugerir una finalidad biológica para la belleza. Según el investigador, se trata de un mecanismo para asegurar que los humanos se reconocen entre sí y se sienten atraídos por miembros de su misma especie. Las caras más hermosas son las que resultan más fácilmente reconocibles como humanas, algo que sabemos comparando inconscientemente un rostro con el rostro ideal que tenemos en nuestra mente. ***"La belleza es sencillamente humanidad",*** *afirma.*

BIBLIOGRAFIA

Mario Livio. The Golden Ratio. Broadway Books. ISBN 0-7679-0816-3**.**

N. N. Vorobiov; *(traducción de Carlos vega 1974).* **Números de Fibonacci.** Editorial Mir, Moscú.

Cook, Theodore Andrea. The Curves of Live. Nueva York. ISBN 0-486-23701-X

Ghyka, Matila (1992). El Número de Oro. Barcelona: Poseidón, S.L.. ISBN 978-84-85083-11-4**.**

Pacioli, Luca (1991). La Divina Proporción. Ediciones Akal, S. A.. ISBN 978-84-7600-787-7.

Huntley, H. E. (1970). The Divine Proportion: A Study in Mathematical Proportion.
New York
ISBN 0-486-22254-3.

Walser, Hans (2001). The Golden Section. (Peter Hilton translation). **Washington, DC: The Mathematical Association of America.** ISBN 0-88385-534-8.

Bogomolny, A. "Golden Ratio in Geometry."
http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio.shtml.

Brown, D. The Da Vinci Code. New York: Doubleday, 2003.

Coxeter, H. S. M. "The Golden Section, Phyllotaxis, and Wythoff's Game."

Gardner, Martin. "Phi: The Golden Ratio."

Knott, R. "Fibonacci Numbers and the Golden Section."
http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/.

Livio, M. The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number. New York: Broadway Books, 2002.

http://goldennumber.net/body.htm

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%C3%A1ureo

http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio

http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/fibonacci-sucesion.html

http://www.ite.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/secundaria/matematicas/phi/

http://www.youtube.com/watch?v=j9e0auhmxnc **(**muy interesante**)**

http://milan.milanovic.org/math/english/golden/golden2.html

http://www.friesian.com/golden.htm

http://www.youtube.com/watch?v=JcoJHxBKOys&feature=related **(**muy interesante**, es un video sobre Stephen Marquardt y su máscara para medir la belleza)**

Autora: Margarita Rodríguez Fernández. Sección Bilingüe del Gymnázium Park Mládeže, Košice