

# **Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria<sup>1</sup>**

## **Analysis of a mathematics solving problems experience in secondary school**

**José María Chamoso Sánchez**

*Universidad de Salamanca. Didáctica de la Matemática. Salamanca, España.*

**Luis Hernández Encinas**

*CSIC. Instituto de Física Aplicada. Departamento de Procesamiento de la Información y de Codificación. Madrid, España.*

**José Orrantía Rodríguez**

*Universidad de Salamanca. Facultad de Educación. Departamento de la Psicología de la Educación. Salamanca, España.*

### **Resumen**

Se presenta el diseño y resultados de un programa de innovación de una enseñanza constructivista de aprendizaje por descubrimiento, desarrollado en grupos cooperativos y en interacción con el docente, a través de resolución de problemas en el aula de matemáticas. En el estudio participaron 12 profesores, de los cuales a los seis del grupo experimental se les preparó, a lo largo de un año escolar, tanto metodológicamente para que dejaran pensar a los estudiantes, les permitieran actuar libremente y de manera que la mejor respuesta fuera una buena pregunta (sesiones mensuales) como respecto al material con el que se iba a trabajar formado por una serie de situaciones problemáticas no rutinarias (sesiones semanales). La experiencia se desarrolló a lo largo de un año escolar en sesiones semanales de dos horas de duración, posterior este año al de la preparación de los docentes. Se estudió el efecto que esta forma de trabajo produjo en 186 estudiantes de Secundaria de Matemáticas de 6 centros públicos españoles en rendimiento, habilidad en resolución de problemas y actitud. Al final

---

<sup>(1)</sup> Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación y Ciencia (España) con el proyecto SEJ2006-11249 y la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León con SA032A08.

de la experiencia, los dos últimos aspectos mejoraron en comparación con los que seguían una enseñanza usual. Además se desarrolló significativamente la creatividad del estudiante y la construcción del conocimiento, la concentración y el diálogo en los grupos, el sentirse a gusto en clase y la participación, mientras que, en el trabajo en grupos, mejoró significativamente la persistencia en la búsqueda de soluciones y la eficacia. Sin embargo los profesores que desarrollaron la experiencia, que se mostraron favorables a esa forma de trabajo, preferían desarrollar sus clases de la forma considerada tradicional para estar acordes con lo que exigían los exámenes usuales, mientras que los estudiantes del grupo experimental no consideraron que esas sesiones fueran realmente de Matemáticas.

*Key words:* educación matemática, resolución de Problemas, constructivismo, aprendizaje cooperativo, formación del Profesor.

### **Abstract**

This article presents the design and results of an innovation programme for constructive teaching through learning by experience, in regard to problem solving in the Mathematics classroom. It was carried out in cooperative groups and with the teachers interaction. Twelve members of the teaching staff took part in the research; 6 of them were in the experimental group. Throughout the school year, the teachers in the experimental group were prepared methodologically to make the students think and act freely, for example by considering a good question from the student as the best reply (in a monthly session). They did the same thing with the contents to be taught, i.e. a group of non-routine problem situations (in a weekly session). The experience was carried out throughout the following school year, 2 hours per week. We studied the effect that this way of working had on 186 Secondary Education students of 6 Spanish public schools in several aspects: performance, skills to solve problems and the attitude students had towards Mathematics. At the end of the experience, the last two aspects improved in comparison with those who had followed a more traditional methodology. In addition, the students' creativity and construction of knowledge developed significantly, as well as their concentration and the skill to have dialogues in groups. They also learned to feel more comfortable in class and their participation grew, their persistence to search solutions and efficiency in team-work improved significantly. However, the teachers who worked on this experience did not prefer working in this way, they were in favor of teaching in the traditional way so they could continue with the usual exams and the students in the experimental group did not consider these sessions as 'real' Mathematics.

*Key words:* mathematic education, problem solving, constructivism, group learning, teacher training.

## Introducción

Uno de los objetivos más importantes de la Educación es la formación integral entendida como la preparación de personas para una sociedad cada vez más compleja en la que tendrán que ser capaces de resolver problemas y adaptarse a distintas situaciones. Para ello, la educación matemática enfatiza la necesidad de cambiar la forma en que las Matemáticas se enseñan y aprenden, de manera que el alumno sea el punto de partida para la construcción del aprendizaje y que tenga en cuenta que las Matemáticas no son simplemente una colección de hechos y destrezas sino una forma de pensamiento (Kehle, 1999; NCTM, 2000). Con ese principio de referencia se presenta el diseño y resultados de un programa de intervención para una enseñanza constructivista de aprendizaje por descubrimiento, desarrollada en grupos cooperativos y en interacción con el docente, a través de resolución de problemas en el aula de Matemáticas. Uno de los aspectos más importantes en que se basó fue en la preparación del profesorado que participó en la experiencia, tanto metodológicamente como respecto al material que se iba a utilizar. La experiencia educativa se realizó con grupos de alumnos del último curso de enseñanza secundaria de centros públicos españoles en algunos de los cuales se llevó a cabo la intervención educativa innovadora (en adelante IEI) mientras que otros siguieron la enseñanza usual (control).

## Experiencia

### Participantes

186 estudiantes del último curso de Educación Secundaria Obligatoria (15-16 años de edad) de seis centros públicos españoles. El grupo que tomó parte en la IEI lo englobaban seis clases completas, una de cada centro. Otras seis clases completas, una de cada centro, completaron el grupo control y siguieron el programa regular usual de Matemáticas. Ambos grupos (IEI y control) fueron similares en términos de inteligencia y conocimiento matemático previo (según, respectivamente, el Test de Inteligencia General de Cattell, Factor G Escala 3 (Cattell y Cattell, 1994) y el Test de Conocimiento Matemático General (Yuste, Martínez y Galve, 1998).

Seis profesores participaron en la experiencia innovadora, cada uno en una clase del grupo IEI. Otros seis profesores enseñaron en cada clase del grupo control.

## **Intervención educativa**

### **Formación de los profesores que iban a desarrollar la IEI**

Se llevó a cabo en un Seminario incluido en el Plan de Formación Permanente de Profesorado de Secundaria de Matemáticas de la Comunidad a la que pertenecían los centros, durante nueve meses, en el curso previo al que se desarrolló la IEI. En la primera sesión se recogió información sobre la práctica usual de los profesores en las aulas. Todos manifestaron que su enseñanza habitual incluía el uso del libro de texto y sus sesiones solían iniciarse con la explicación del profesor que, a continuación, proponía actividades para que los estudiantes aplicaran los contenidos considerados. El Seminario fue propuesto como alternativa a su práctica usual.

El trabajo con los docentes en las sesiones del Seminario se basó en dos aspectos: la metodología que se iba a seguir en las clases IEI y las actividades instruccionales que se utilizarían. Por lo que se refiere a la metodología, se desarrollaron ocho sesiones de unas tres horas que comenzaron considerando un aspecto o contenido matemático como instrumento para discutir cómo se debía desarrollar el aprendizaje por descubrimiento, como construcción social y a través de resolución de problemas. El objetivo más importante era que los profesores intentaran ponerse en la manera de pensar de los estudiantes cuando se enfrentaban a una actividad para descubrir dificultades que podrían surgir cuando trabajasen en sus aulas experimentales. Las sesiones se dirigieron al papel del profesor en el aula (Chamoso y Rawson, 2001), matemáticas desde el ambiente cotidiano (Chamoso, 2007), materiales para el aula (Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004), rutas matemáticas (Chamoso, 2004), el papel del profesor para desarrollar normas sociales, el trabajo en grupos y el diálogo en el aula (Chamoso, 2003).

Por otro lado el material que se iba a utilizar en el aula fue considerado más como un medio que como producto final. Dado que la experiencia se desarrolló en una asignatura con flexibilidad en el desarrollo de los contenidos, los materiales se diseñaron conjuntamente con los profesores para que siguieran los principios metodológicos deseados. Esto se hizo en sesiones semanales durante 9 meses, paralelamente a las sesiones metodológicas. Se incluyeron actividades de Lógica, Resolución de Problemas y Geometría donde, por ejemplo, las de Lógica se

seleccionaron con la finalidad de hacer hincapié en la primera fase del modelo de resolución de problemas de Polya (Polya, 1957; Smullyan, 1978). El trabajo final (más detalle Chamoso, 1998) fue una serie de situaciones problemáticas no rutinarias que permitían representaciones múltiples, modelos situacionales alternativos, diversos caminos de resolución y soluciones diferentes, construidas con el objetivo de su resolución:

- Estimulara a pensar en la naturaleza y estructura del problema, y no únicamente en aspectos superficiales, de manera que los estudiantes tuvieran que dialogar, explicar y justificar sus interpretaciones sobre cuál era el camino correcto y cuándo habían conseguido una solución.
- No requiriera conocimiento previo específico de técnicas matemáticas, es decir, se trabajase Matemáticas sin fórmulas para que los estudiantes tuviesen que desarrollar un plan.
- Precisara trabajar durante un considerable período de tiempo porque hacer Matemáticas requiere persistencia para facilitar la abstracción reflexiva.

Un ejemplo de actividad fue:

Se tienen cuatro cajas, individuales y separadas, de igual tamaño. En cada una hay dos cajas, separadas, en cuyo interior están contenidas cuatro cajitas pequeñas. Dentro de cada una de éstas hay tres cajitas, aún más pequeñas. Y en cada una de estas cajitas hay una pequeñísima caja. ¿Cuántas cajas hay en total?

### **Organización de las clases**

Fue diversa, aunque una clase típica incluía una presentación del profesor (unos cinco minutos), trabajo en grupo de los estudiantes (alrededor de 60) y una puesta en común global para discutir las interpretaciones de los estudiantes (aproximadamente 25). No obstante, dependiendo de las tareas, algunas sesiones se desarrollaron exclusivamente en grupos mientras que en otras predominó la exposición del profesor en interacción con los estudiantes durante la mayor parte del tiempo. No se requería completar un determinado número de actividades para favorecer la persistencia en la resolución (algunos grupos dedicaron todo el tiempo a una mientras que otros desarrollaron 5 ó más). A cada grupo únicamente se les entregó una o dos copias de cada página de actividades para alentar la cooperación.

Los grupos heterogéneos (tres o cuatro estudiantes) resolvieron situaciones problemáticas responsabilizándose de su comprensión, tratando de entender las explicaciones

de los compañeros, buscando consenso en las respuestas para construir soluciones que consideraran aceptables y, sobre todo, explicando y justificando cuál era el camino correcto y cuándo habían obtenido una solución.

Los profesores estuvieron activamente implicados con el trabajo de los estudiantes observando, escuchando y, ocasionalmente, interviniendo en el proceso de resolución para ayudar a que los estudiantes descubrieran sus diferentes opiniones con los siguientes objetivos:

- Facilitar la creación de normas sociales cooperativas para superar dificultades como, por ejemplo, resolver obstáculos y contradicciones, verbalizar el pensamiento matemático, explicar o justificar una solución, desarrollar un contexto que encuadrara métodos de resolución o formular una explicación para clarificar el intento de solución de otro estudiante. Estas normas fueron continuamente renegociadas e interpretadas para clarificar las obligaciones y expectativas de los estudiantes en situaciones específicas (la mayor parte se produjo en los dos primeros meses).
- No mostrar un camino para completar las actividades ni evaluar las sugerencias de los estudiantes sino asumir sus acciones o explicaciones como razonables incluso si, aparentemente, no tenían sentido inmediato según su criterio. Sus esfuerzos para entender por qué daban una respuesta y no otra implicaba inseguridad, tensión y motivación al no poder preparar previamente su actuación pero también permitía contactar con la dirección de la instrucción y estar permanentemente inmerso en un proceso de mejora de su capacidad de escuchar y preguntar.
- La mejor respuesta siempre debía ser una buena pregunta («¿Cómo hiciste eso?», «y eso, ¿por qué es así?», «¿cómo se podría ver si es cierto?», «¡Ah, claro!», etc.) para perseguir la reflexión de los estudiantes y que ellos sintieran que eran los que resolvían para conseguir confianza, concentración y esfuerzo en el trabajo.

## Análisis de la experiencia

### Instrumentos y medidas

- Nota escolar en Matemáticas, es decir, la que cada estudiante alcanzó el año anterior al que se realizó la experiencia y al finalizar la misma (los datos variaron de 0 a 5).

- Test de resolución de problemas diseñado a partir del MEP Project del Centre for Innovation in Mathematics Teaching (<http://www.exeter.ac.uk/cimt/kassel>), adaptado a la IEI y depurado, compuesto por 22 problemas diferentes de los usuales escolares, de respuesta no inmediata, que no requerían conocimientos específicos de Matemáticas. Por ejemplo, «Un caracol está en el fondo de un pozo de 30 metros de altura. Empieza la ascensión de manera que sube tres metros durante el día pero se desliza por la noche hasta que desciende dos quedando, por tanto, a un metro del suelo después de pasar un día. Al día siguiente ocurre lo mismo y así sucesivamente, hasta que consigue salir. ¿Cuántos días tardó en hacerlo?» o «Hay cinco tipos diferentes de dulces en una bolsa. ¿Cuál es el menor número de ellos que hay que sacar de la bolsa con los ojos cerrados para estar seguros de que, al menos, tres de ellos son del mismo tipo?». Los estudiantes de ambos grupos dispusieron de 24 minutos para completar el mayor número de problemas posible con el objetivo de que ninguno pudiese terminarlo en su totalidad. Las respuestas se codificaron en función del proceso de resolución: 0 cuando era incorrecto; 0.5 cuando se conseguía algún avance o resultado parcial apropiado y 1 cuando era correcto. En la suma total de los resultados de cada estudiante, se consideró su rendimiento en resolución de problemas. La valoración de las respuestas fue realizada por los miembros del equipo de investigación y revisada por un juez independiente que coincidió en la mayor parte (93%). Los desacuerdos se resolvieron mediante el debate entre investigadores y juez.
- Cuestionario de actitudes hacia las Matemáticas (probado en un proyecto con 1388 estudiantes de 22 centros, alpha de Cronbach 0.69, Chamoso et al., 1998) de 20 ítems de una escala sumativa Likert (rango desde 1 = totalmente en desacuerdo a 5 = totalmente de acuerdo), la mitad con valencia positiva (por ejemplo, «me siento seguro cuando hago Matemáticas») y la otra negativa («sería feliz si nunca tuviera que estudiar Matemáticas»). Los estudiantes del grupo IEI y control completaron el cuestionario en una sesión de aula usual.
- Cuestionario, tipo Likert, realizado individualmente por cada profesor del grupo IEI sobre las circunstancias que influyeron en el trabajo de los estudiantes. Se comparó tanto el grupo a las tres semanas del inicio de la experiencia y al final de la misma, así como la forma en que se desarrolló el trabajo en pequeños grupos (los valores variaban desde 1, menos satisfactorio, a 7, más satisfactorio, Tablas I y II con alpha de Cronbach 0.81 y 0.89 respectivamente).

- Observaciones de los profesores del grupo IEI en una mesa redonda, que se grabó en vídeo, sobre cómo se había desarrollado el proceso. Fueron transcritas y categorizadas en función del tópico al que se referían, que fue revisado por un investigador en Psicología educativa independiente que coincidió en un 98% y cuyos desacuerdos se resolvieron a partir de la discusión con los investigadores.

Además se tuvo en cuenta la valoración de los estudiantes de IEI sobre la metodología utilizada al responder a la pregunta: «¿Qué piensas sobre esta nueva forma de aprendizaje en Matemáticas? Escribe lo que te parezca». Los resultados se categorizaron en función del tópico al que se referían.

## Procedimiento

A cada uno de los estudiantes de ambos grupos se le aplicaron los tests de inteligencia y de conocimiento matemático antes de la intervención educativa. Además completaron un *pretest* formado por dos cuestionarios, uno de habilidad en resolución de problemas y otro de actitud hacia la Matemáticas que fueron aplicados nuevamente después de la intervención (*postest*). Por otro lado se recogió la nota de cada estudiante en el curso previo al que se desarrolló la intervención y al finalizar la misma. Finalmente, los estudiantes respondieron a una pregunta abierta acerca sus percepciones sobre la nueva forma de aprendizaje y, por medio de un cuestionario a cada profesor que enseñaba en los grupos IEI y una mesa redonda con todos ellos, se recogieron sus percepciones sobre el desarrollo en sus aulas de diversos aspectos como ambiente de trabajo, interés y motivación de los estudiantes, metodología empleada por el profesor, y efectividad del trabajo en grupo.

La IEI se llevó a cabo en el Taller de Matemáticas, una asignatura implantada en los centros en que se desarrolló la experiencia como complemento de las clases de Matemáticas usuales de acuerdo con las directrices oficiales del Ministerio de Educación y de la Comunidad Autónoma donde se desarrolló la experiencia. Se realizó en las clases usuales por el profesor correspondiente a lo largo de un curso escolar (1.5 horas semanales). Aunque ambos grupos siguieron el mismo programa, la cultura y las prácticas de aprendizaje en cada caso fueron diferentes según las características del contexto de aprendizaje innovador creado por los investigadores en cooperación con los profesores, como se ha descrito. Cada profesor desarrolló la experiencia independientemente aunque se realizaron reuniones mensuales para controlar del proceso.

## Resultados y discusión

Las diferencias entre el *pretest* y el *postest* de las pruebas aplicadas a los estudiantes fueron analizadas en un ANOVA 2 (grupos: IEI, control) X 2 (momento de medida: *pretest*, *postest*), con este segundo factor intrasujetos. Por lo que se refiere a la resolución de problemas, los resultados muestran una significatividad de los efectos principales,  $F(1,184)=16.13$ ,  $p<.0001$ , y  $F(1,184)=14.29$ ,  $p<.0001$ , para momento de medida y grupo respectivamente. Sin embargo más interesante para este trabajo es la interacción, que también es significativa,  $F(1,184)=9.14$ ,  $p<.0003$ . Comparaciones planificadas, con ajuste Bonferroni para proteger del error Tipo I, muestran que las diferencias entre *pretest* y *postest* únicamente fueron significativas en el grupo IEI, donde pasaron de resolver 7.3 problemas en el *pretest* a 9.87 en el *postest*,  $t(100)=4.72$ ,  $p<.0001$ . Por el contrario en el grupo de control los alumnos resolvieron 6.83 y 7.14 problemas en el *pretest* y *postest* respectivamente,  $t(84)=0.78$ ,  $p$ , ns. Estos resultados son importantes porque, a pesar de que no se aprecie una mejora sustancial en el grupo IEI, se trata de una medida de transferencia puesto que los problemas del test eran diferentes de los que se resolvieron en la experiencia.

Los resultados en actitudes también fueron significativos, tanto el efecto principal del grupo,  $F(1,184)=11.58$ ,  $p<.001$ , como en momento de medida,  $F(1,184)=4.27$ ,  $p<.05$ . Fueron cualificados por la significatividad de la interacción,  $F(1,184)=3.96$ ,  $p<.05$ . En este caso los estudiantes del grupo de control mostraron una actitud más negativa pues pasaron de una puntuación de 68.28 en el *pretest* a 65.16 en el *postest*,  $t(84)=2.79$ ,  $p<.006$ , mientras que las de los del grupo IEI se mantuvo, 71.56 y 71.50 para *pretest* y *postest* respectivamente,  $t(100)=.05$ ,  $p$ , ns. Estos resultados, en cierta medida, corroboran conclusiones de otros trabajos como que las actitudes de los estudiantes hacia las Matemáticas evolucionan negativamente según avanzan en los niveles educativos (por ejemplo, Chamoso et al., 1998).

Respecto al rendimiento de los estudiantes, no se encontraron diferencias significativas en ninguno de los dos grupos. Este resultado también es importante pues, a pesar de la experiencia efectuada, su repercusión no se manifestó de forma inmediata en el rendimiento académico. Hay que recordar que la experiencia se desarrolló en el Taller de Matemáticas y los contenidos, metodología, papel del profesor y de los estudiantes usuales de las aulas de Matemáticas suelen ser diferentes a los propuestos en la experiencia analizada. Por tanto la transferencia a las mismas Matemáticas debe implicar algo más que una intervención de este tipo, como podría ser desarrollar los principios básicos de dicha intervención en las clases *habituales*.

La valoración de los estudiantes del grupo IEI sobre la experiencia permitió corroborar la metodología y el trabajo de los docentes en el sentido deseado. Con relación a la percepción de los profesores del grupo IEI sobre el trabajo realizado, distinguiéndose al inicio y al final de la experiencia, los resultados fueron (se utilizó Wilcoxon Signed-Ranks Test para comparar la significación de diferencias):

**TABLA I.** Resultados observados por los profesores en el grupo experimental.

<b>GRUPO IEI</b>			
	Media Inicial	Media Final	Significación Muestral
<b>Ambiente de trabajo</b>			
1.1. <i>Aprovechamiento</i> del tiempo	4.5	5.5	0.063
1.2. <i>Concentración</i> en las actividades propuestas	4	5.67	0.026 *
1.3. <i>Colaboración y respeto</i> entre los alumnos	4.17	5.67	0.066
1.4. <i>Diálogo</i> dentro de los grupos	4.17	6.17	0.024 *
1.5. <i>Diálogo</i> de los grupos con el profesor	5	6.17	0.066
1. <i>En general, calificaría el ambiente de trabajo...</i>	4.17	5.83	0.023 *
<b>Interés y motivación del alumno</b>			
2.1. En general, se <i>han sentido a gusto</i> en esta clase	4.83	5.83	0.034 *
2.2. Han realizado <i>propuestas</i> , preguntas interesantes...	3.33	4.4	0.059
2.3. Han <i>solicitado material</i> al profesor...	3.17	4.83	0.068
2.4. Se han quedado <i>después de la hora</i>	2	2.33	0.157
2.5. En general, la <i>participación</i> ha sido alta	4.17	5.5	0.020 *
2. <i>En general, calificaría el interés del alumno...</i>	4.17	5.5	0.039 *
<b>Metodología utilizada por el profesor</b>			
3.1. En general, el profesor se ha <i>sentido a gusto</i> en clase	5.33	6.17	0.059
3.2. El <i>papel del profesor</i> ha sido adecuado	5.33	5	0.317
3.3. El trabajo en grupos ha sido positivo	4.2	5.83	0.066
3.4. Los alumnos <i>construyeron el conocimiento</i>	3.6	5.5	0.034 *
3.5. Se ha desarrollado la <i>creatividad</i> del estudiante	4.1	5.6	0.009 **
3. <i>En general, calificaría los resultados de metodología...</i>	4.6	5.67	0.063

n.s. < 0.05 \*\* n.s. < 0.01

Además, los profesores analizaron el trabajo en grupo desarrollado en IEI comparando el inicio de la experiencia con el final de la misma (se utilizó Wilcoxon Signed-Ranks Test para comparar la significación de diferencias):

**TABLA II.** Resultados observados por los profesores en el trabajo en grupo en el grupo experimental

<b>DESARROLLO DEL TRABAJO EN GRUPO EN IEI</b>			
	<i>Media Inicial</i>	<i>Media Final</i>	<i>Significación Muestral</i>
1. El interés en el trabajo de todos los miembros del equipo fue:	4.17	5	0.059
2. La participación en el trabajo por parte de los miembros del equipo fue:	4.33	5.5	0.066
3. El interés y respeto mostrado por los miembros del equipo por las ideas y apreciaciones de los demás fue:	4.17	5.17	0.109
4. El liderazgo del grupo (los que más hablaban y organizaban) estaba:	3.17	3.67	0.083
5. La libertad de los miembros del equipo para expresarse abiertamente:	5.33	6.5	0.102
6. La eficacia de los miembros del equipo para llevar a cabo su tarea fue:	3.67	5	0.038 *
7. La organización del trabajo en el grupo fue:	3.17	4.33	0.059
8. La persistencia del grupo en la búsqueda de soluciones fue:	3.5	5.17	0.039 *
9. El entendimiento entre los miembros del equipo fue:	4.5	5.5	0.063
10. A pesar de las limitaciones, el grupo funcionó:	4.67	5.33	0.157

n.s. < 0.05 \*\* n.s. < 0.01

Algunas de las observaciones de los profesores sobre la percepción de su trabajo en las clases IEI comparadas con sus clases usuales de Matemáticas, recogidas en la mesa redonda, fueron:

- Su metodología cuando impartían docencia en la clase usual de Matemáticas consistía en dirigir a sus alumnos por el camino que ellos creían que debían seguir. Los estudiantes solían entenderlos y aplicaban correctamente sus indicaciones a corto plazo pero enseguida lo olvidaban. Además, los estudiantes solían preferir ese método por comodidad ya que les permitía, incluso, desconectar. Por eso los docentes señalaron que, en la clase experimental, como había objetivos distintos, la metodología era diferente pues los alumnos hacían trabajo intelectual, es decir, descubrían, desarrollaban y razonaban (y lo que descubrían, difícilmente lo olvidaban). Consideraban que las circunstancias del sistema educativo oficial impedían desarrollar una metodología como la IEI en la clase usual de Matemáticas salvo, quizás, en actividades aisladas.
- Los condicionantes externos que influyeron para que la clase experimental se pudiese desarrollar como se hizo fueron: flexibilidad de temario, disponibilidad temporal, material disponible, menor número de alumnos y ausencia de presiones de padres, profesores, equipo directivo e inspección educativa para

conseguir resultados (los cuales se suelen entender como aprobados), algo que no suele existir en una clase usual.

- Consideraron que hay que enseñar a los estudiantes a trabajar razonadamente aunque, una vez que son capaces de hacerlo, necesitan instrumentos prácticos. Algunos alumnos del grupo IEl con escasa formación, según su apreciación, consiguieron interesantes resultados como, por ejemplo, cuando se enfrentaban a un problema y no conseguían hacerlo, buscaban otro camino.

## Conclusiones

Se ha presentado el desarrollo de una experiencia de aprendizaje por descubrimiento cooperativo a través de resolución de problemas en clase de Matemáticas con especial atención a la formación del profesorado que participó en ella. El análisis realizado permite concluir que los alumnos se mejoraron su habilidad en resolución de problemas y su actitud, pero no en su rendimiento. Las clases con la metodología experimental funcionaron globalmente mejor que las usuales, especialmente en el aspecto de desarrollar la creatividad, pero también en concentración, participación, diálogo, construcción del conocimiento y sentirse a gusto en clase. Mejoró el trabajo en grupo, especialmente la eficacia y la persistencia en la búsqueda de soluciones.

En el desarrollo de la experiencia surgieron diversas reflexiones. Así, los profesores, favorables y cómodos con el trabajo experimental que cumplía los objetivos oficiales, manifestaron su preferencia a desarrollar sus clases de la forma tradicional para ser acordes con lo que exigían los exámenes usuales. Además, los estudiantes del grupo experimental parece que no consideraron que las clases IEl fueran realmente de Matemáticas. En definitiva, a pesar de que experiencias que promueven un tipo de enseñanza diferente a la tradicional, como la aquí presentada, tienen un efecto positivo tanto en la percepción de profesores y estudiantes como en la mejora de habilidades de éstos, parece que no se consideran *auténticas* clases de Matemáticas. En este sentido, aunque directrices oficiales y recomendaciones de investigadores aconsejen plantear una enseñanza de las Matemáticas más activa y constructiva, ello supone costos que hay que tener en cuenta. Quizás deba replantearse qué entienden los estudiantes y, especialmente los profesores, como verdaderas Matemáticas, acorde a los objetivos oficiales. Sólo de esa forma, experiencias de este tipo podrán ser verdaderamente significativas.

## Referencias bibliográficas

- CATTELL, R. B. Y CATTELL, A. K. S. (1994). *Tests de factor «g»*. Madrid: TEA.
- CHAMOSO, J. (2007). A mathematics vision from the usual environment. *Scientific Research and Essays*, 2(7), 222-231.
- (2003). Considering dialogue as a social instrument in the Mathematics class. *For the Learning of Mathematics*, 23(1), 30-40.
- (2004). In pursuit of patterns: a dialogued enquiry. *Mathematics Teaching*, 188, 22-26.
- (1998). *Propuesta alternativa a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria: El Taller de Matemáticas*. Madrid: MEC. Premio Nacional de Innovación Educativa 2000 del Ministerio de Educación y Cultura de España.
- CHAMOSO, J.M., BÁEZ, M., DURÁN, P., GRANDE, H., RODRÍGUEZ, M.J., RODRÍGUEZ, M. Y SÁNCHEZ, I. (1998). *Evolución de las actitudes ante la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Primaria y Secundaria Obligatoria. Análisis de las causas que inducen dicha actitud*. Madrid: CIDE, MEC.
- CHAMOSO, J., DURÁN, J., GARCÍA, J., MARTÍN, J. Y RODRÍGUEZ, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 47, 47-58.
- CHAMOSO, J. Y RAWSON, W. (2001). En la búsqueda de lo importante en el aula de Matemáticas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* (), 36, 33-41.
- KEHLE, P. (1999). Shifting Our Focus From Ends to Means: Mathematical Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education (JRME)*, 30(4), 468-474.
- NCTM, NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: Reston, NCTM.
- POLYA, G. (1957). *How to solve it*. New York: Doubleday.
- SMULLYAN, R. (1978). *¿Cómo se llama este libro?* Madrid: Cátedra.
- YUSTE, C., MARTÍNEZ, R. Y GALVE, J. L. (1998). *Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales Renovada BADIYG*. Madrid: CEPE.

**Dirección de contacto:** José María Chamoso Sánchez. Universidad de Salamanca. Facultad de Educación. Didáctica de la Matemática. Paseo de Canalejas, 169. 37008 Salamanca, España. E-mail: jchamoso@usal.es