

**LAS MATEMATICAS EN LA TRANSICION
DE LA ENSEÑANZA MEDIA A LA UNIVERSIDAD**

GOBERNA, M. A.; LOPEZ, M. A.; PASTOR, J. T., y VALDIVIA, M. (*)

1. INTRODUCCION

En nuestros trabajos anteriores nos hemos ocupado de las pruebas de selectividad en Matemáticas (Goberna, 1983, y Pastor, 1984), desde distintos puntos de vista (tanto de los contenidos como de sus modalidades); la influencia que el modelo vigente tiene en la enseñanza de las Matemáticas en el Curso de Orientación Universitaria era investigado en Goberna, López y Pastor (1984), siendo la principal conclusión que, al menos en el ámbito de la enseñanza estatal, el impacto es mucho menor del que cabría temer. En el estudio que presentamos a continuación hemos pretendido, fundamentalmente, analizar la relación entre tres variables, a saber: la calificación recibida por el alumno en su centro de procedencia en la asignatura Matemáticas de COU; la nota global recibida en la selectividad, y, por último, el éxito del alumno en las Matemáticas del primer curso universitario. Tras definir adecuadamente la variable «éxito», se trataría de realizar, básicamente, un análisis de regresión con las tres variables mencionadas, actuando como dependiente la primera de ellas. El estudio no podía plantearse, sin embargo, de una forma sencilla, teniendo en cuenta que ambas variables explicativas podrían depender de otras varias, tales como el tipo de centro de procedencia o el del centro universitario de destino.

Por razones metodológicas procederemos a introducir las variables explicativas una a una, empezando por la nota de COU y la obtenida en la selectividad, comparando su capacidad explicativa. Introduciremos, a continuación, y progresivamente, las nuevas variables que nos permitirán, al mismo tiempo, dar respuesta a las cuestiones laterales que, de modo natural, irán surgiendo.

2. SELECCION DE LA MUESTRA Y DE LAS VARIABLES

La investigación debía realizarse, por razones obvias, sobre una muestra de alumnos universitarios de facultades científicas y escuelas

(*) Este estudio se enmarca en el desarrollo del proyecto de investigación educativa «Las matemáticas en la formación del universitario actual (...)», ICE, Universidad de Valencia. Director: profesor M. Valdivia (1982-1983).

técnicas. Procedía seleccionar, en primer lugar, diversos centros universitarios. El criterio adoptado fue el de buscar un representante en cada uno de los cinco bloques en los que, a nuestro parecer, pueden dividirse —desde el punto de vista de las Matemáticas— dichos centros:

- 1.º Centros en los que la estadística y el cálculo de probabilidades constituyen la parte fundamental de sus programas de Matemáticas (facultades de Medicina, Biológicas, Geológicas y Veterinaria). Elegimos, para nuestro propósito, la facultad de Biológicas de Valencia.
- 2.º Centros en los que la base del programa de Matemáticas está constituida por el álgebra lineal y el cálculo infinitesimal, sin que el peso de dicha asignatura en el currículum pueda considerarse determinante (Facultades de Químicas y Farmacia). Seleccionamos la Facultad de Ciencias de Alicante (Sección Químicas).
- 3.º Escuelas Técnicas Superiores, cuyo currículum suele contener cuatro asignaturas de Matemáticas: «álgebra lineal» y «cálculo infinitesimal», en primer curso; «ampliación de matemáticas» (análisis superior), en segundo curso, y una estadística, en tercero. Tomamos para nuestra investigación la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Politécnica de Valencia.
- 4.º Escuelas técnicas de grado medio. Elegimos la Escuela de Informática, también de la Universidad Politécnica de Valencia, cuyo programa en primer curso es similar al de la ETSIA.
- 5.º Facultades en las que el papel de las Matemáticas es central en el currículum (facultades de Matemáticas y de Físicas). Nuestra elección recayó en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Valencia.

La variable «éxito» será, para nosotros, la calificación obtenida en la única asignatura de Matemáticas del primer curso universitario, en el caso de las facultades de Biológicas y Químicas. En el caso de escuelas técnicas, se procedió a promediar las calificaciones obtenidas en las dos asignaturas de primero. Se presentaban, sin embargo, numerosos casos de alumnos no presentados, o que habían renunciado a la matrícula en alguna de las dos asignaturas, o en ambas. Asignar un «0» en tales casos parecería excesivo (probablemente, si se hubiera presentado, la calificación obtenida habría sido superior, aun sin llegar al «5»). Nos pareció más realista asignar en tales casos un «3,5».

En la Facultad de Matemáticas se procedió de forma análoga tomando los datos correspondientes a las asignaturas «álgebra» y «análisis I», que nos parecieron básicas del primer curso. Denominaremos a esta variable, a partir de aquí, «Nota-1.º U».

Las muestras tomadas en los centros seleccionados correspondían a grupos de alumnos de primero, en el caso de Biológicas y en el de las dos Escuelas Técnicas, mientras que en Químicas y Matemáticas los alumnos eran de segundo curso, con la especificación de que la nota de primero consignada (o las notas) fuera la obtenida en la convocatoria de junio (la misma aportada por los profesores de Biológicas y

Escuelas Técnicas). El desplazamiento de la media que se pudiera producir resulta irrelevante desde el punto de vista de la regresión y del análisis de la varianza.

Hay que advertir, llegados a este punto, que a los alumnos se les garantizaba el carácter reservado de su declaración, para evitar el falseamiento de datos (que se produciría al creer que el profesor califica teniendo en cuenta las notas obtenidas por el alumno en cursos anteriores).

La muestra tomada fue de 349 alumnos, distribuidos de la siguiente forma: en Biológicas, 55; en Químicas, 54; en la ETSIA, 110; en la EU de Informática, 77, y en Matemáticas, 53.

3. TRATAMIENTO ESTADISTICO (TECNICAS DE ANALISIS DE DATOS Y PROGRAMAS)

Para la descripción de las variables recurrimos a sus características numéricas, histogramas (caso unidimensional) y plots (caso bidimensional). Los modelos que utilizaremos serán todos lineales, con una o varias variables explícitas (bien cuantitativas, bien cualitativas). De ahí que las técnicas utilizadas en este trabajo sean las propias de la regresión y del análisis de la varianza (ANOVA), en sus diversas modalidades. Las distribuciones de probabilidad que entrarán en liza serán, al margen de la normal, la «t» (en regresión), la «F» (en ANOVA) y la χ^2 (en tests de independencia). Para comprender en profundidad el planteamiento de los diseños y la interpretación de los resultados computacionales, puede recurrir el lector a Lewis-Beck (1982), Achen (1982) e Iversen-Nortpoth (1976).

Para el tratamiento numérico de los datos hemos recurrido al paquete estadístico «BMDP-81», implementado en el UNIVAC 1100 de la UP de Valencia. Los programas utilizados fueron:

P1D: Simple Data Description and Data Management.

P1R: Multiple Linear Regression.

P5D: Histograms and Univariate Plots.

P7D: Description of Group with Histograms and ANOVA.

(Para su descripción, véase BMDP, 1981.)

NOTA.—Para la debida comprensión de los «plots» de dos variables hay que advertir que «O» corresponde a un valor observado, «P» a un valor predicho, y «*» a una coincidencia de ambos valores.

4. LA NOTA EN COU Y EN LA SELECTIVIDAD COMO VARIABLES EXPLICATIVAS DEL EXITO

Comenzaremos por la descripción de la variable dependiente «NOTA-1.º U». La puntuación media de la muestra es, prácticamente, de 5, siendo la desviación típica 2,23. La distribución está bastante próxima a la normal, según se aprecia en el histograma correspondiente (tabla 1) (*).

(*) Las tablas que se mencionan en este estudio están a disposición del lector en el ICE de la Universidad de Valencia.

La bondad de un procedimiento de selectividad deberá evaluarse a través de su capacidad predictiva del «éxito» en los estudios universitarios. Si bien es cierto que las Matemáticas constituyen, tan sólo, una parte del currículum de los centros seleccionados (excepto en la Facultad de Matemáticas, obviamente), no parece exagerado afirmar que su influencia, bien sea directa o a través de disciplinas fuertemente cuantitativas, es notable en el historial académico de los alumnos de aquellos centros.

Predicción del éxito a través de la nota en la selectividad

Una vez más comenzaremos considerando los datos de descripción de la variable, en este caso NOTA-SEL. Su media es 5,60 y su desviación típica 0,87. Se pone de manifiesto, inmediatamente, que el modelo actual de selectividad es poco discriminatorio, concentrando notablemente las calificaciones entre el 5 y el 6 (75 por 100 de los casos). Abundando en igual sentido, el rango pasa de (0,5, 10) para NOTA-1° U a (3,5, 8,2) para NOTA-SEL (ver tablas 1 y 2).

Parece razonable prever una escasa eficacia de la selectividad en la predicción del éxito. La nube de puntos (tabla 3) pone de manifiesto la validez de tal afirmación, corroborada por el análisis de regresión (tabla 4). La ecuación de regresión obtenida es:

$$\text{«NOTA-1.º U»} = 1,92 + 0,55 \cdot \text{«NOTA-SEL»}, \text{ siendo } R^2 = 0,05 \text{ y } T = 3,93$$

Aparte de la casi nula explicación aportada por la variable independiente (R^2 «casi» nulo), se detecta que su impacto medio es de 3,08, que corresponde aproximadamente a un 60 por 100 de la nota media en «NOTA-1.º U».

Ante la conclusión anterior cabe preguntarse si la nota obtenida en COU por el alumno en su centro de procedencia tiene mejor carácter predictivo que la nota en la selectividad. Cabe esperar que así sea, por cuanto se trata de la calificación obtenida en la misma asignatura y, además, el profesor tuvo ocasión de conocer la capacidad del alumno a través de un curso completo. Se pondría así de manifiesto la inutilidad de la selectividad actual, que podría sustituirse por un modelo basado en las notas obtenidas por los alumnos en sus centros de procedencia (esta hipótesis quedará desechada en breve).

Predicción del éxito a través de la nota de COU

El análisis descriptivo indica que «NOTA-COU» se distribuye con media 7 y desviación típica 1,42. La puntuación media, dos puntos más alta que la de la Universidad para el mismo colectivo, se debe a la mayor dificultad de los estudios universitarios, y la desviación típica, relativamente alta, casi el doble que en selectividad, indica una mejor discriminación entre los alumnos. El histograma de «NOTA-COU» (tabla 5) permite apreciar «normalidad» en la distribución, aunque truncada por

debajo de 5 (debido a que sólo ingresan en la Universidad los alumnos que aprobaron en sus centros); a pesar de haber reducido el rango, la desviación típica es notable.

La nube de puntos sigue estando muy dispersa, si bien continuamos observando la tendencia lineal (tabla 6).

El modelo de regresión es:

«Nota-1.º U» = 1,42 + 0,51 «NOTA-COU», siendo $R^2 = 0,1$, y el coeficiente de regresión en «NOTA-COU» significativo, ($T = 6$) (ver tabla 7).

Para un alumno medio la aportación de la nota de COU es de 3,57 puntos, lo que supone el 72 por 100 de la «NOTA-1.º U». Pero, por desgracia, el alto nivel de importancia de la variable no se ve acompañado por una capacidad predictiva comparable.

En efecto, la variable «NOTA-COU» explica tan sólo el 10 por 100 de la desviación (varianza) de «NOTA-1.º U» respecto de la media.

Puede concluirse que, pese a que los contenidos (y el método generalmente aplicado) de las materias de COU puedan ser bastante adecuados a su finalidad de curso puente entre ambos niveles de enseñanza, los procedimientos y los criterios de evaluación difieren enormemente del uno al otro (al margen de las distintas peculiaridades). Otra posible causa del escaso poder explicativo de «NOTA-COU» podría radicar en no haber incluido en el modelo otras variables con influencia significativa en «NOTA-1.º U».

Investigaremos en esta línea dentro de poco.

En resumen, la nota alcanzada por el alumno en COU impacta fuertemente, por término medio, en el éxito de la Matemática superior (un 72 por 100), pero su nivel predictivo es bajo (un 10 por 100).

Parece inadecuado, por tanto, basar un futuro modelo de selectividad tan sólo en las notas alcanzadas por los alumnos en sus centros.

Si los centros universitarios desearan conocer las aptitudes de los aspirantes a ingresar en las mismas —decisión que corresponde tomar a los respectivos claustros—, no cabe otra solución que establecer unas pruebas específicas (más adecuadas que las actuales) para las materias que cada centro considere fundamentales. La ponderación de las puntuaciones deberá obtenerse a través de un modelo de regresión múltiple, siendo la variable dependiente del «éxito» en los estudios correspondientes; tal variable se definiría en base al expediente académico de los alumnos del centro.

El impacto de las matemáticas en la selectividad actual

Aunque no se trate, desde luego, de un problema central, podemos aprovechar la ocasión que nos brinda la recogida de datos para evaluar el impacto real de la asignatura de Matemáticas tiene en la selectividad, y que es debido tanto al sistema vigente —se promedia la calificación obtenida en las pruebas con las notas recibidas por el alumno en su centro de origen— cuanto a la existencia de una prueba específica de Matemáticas, aunque ésta no afecte necesariamente a todos los alumnos (un sorteo previo determina las materias objeto de examen). Debe tenerse en cuenta, por otro lado, que las habilidades matemáticas

influyen también en la resolución de problemas de Física —sobre todo— y Química, con el consiguiente efecto indirecto en «NOTA-SEL». El modelo de regresión estimado es (tabla 8):

$$\text{«NOTA-SEL»} = 3,83 + 0,26 \text{ «NOTA-COU»}, \text{ siendo } R^2 = 0,16, \text{ y } T = 4,7$$

(La nube de puntos y la recta de regresión aparecen en la tabla 9.)

Una vez más, «NOTA-COU» influye en «NOTA-SEL» con una probabilidad próxima al 100 por 100. El impacto es de 1,82 puntos por término medio, un 32,5 por 100 de la nota media alcanzada en la selectividad. Desde el punto de vista de la varianza, la variable «NOTA-COU» explica el 16 por 100 de la varianza total de «NOTA-SEL».

Concluimos que, si bien un tercio (por término medio) de la nota obtenida por los alumnos en la selectividad se debe a su nivel en Matemáticas, tal influencia varía notablemente de unos individuos a otros.

5. INTRODUCCION DEL CENTRO UNIVERSITARIO EN EL MODELO

Hemos atribuido, sobre todo, a la diferencia de criterios entre los profesores de enseñanza media y superior el escaso valor productivo de «NOTA-COU» con respecto a «NOTA-1.º U». También las dificultades que los alumnos encuentran en las Matemáticas de primer curso en los diferentes centros universitarios difieren grandemente, como ponen de manifiesto las notas medias respectivas, que oscilan entre el 3,83 de ETSIA y el 7,61 de Biológicas.

Claro está que en la nota media de los alumnos de un centro universitario no sólo influye la dificultad de la asignatura, sino que también lo hace el nivel medio al ingresar aquéllos, y que, previsiblemente, diferirá de unos centros a otros. El cociente entre la media en COU y en el primer curso proporciona un índice de dificultad de las asignaturas de Matemáticas en los centros seleccionados. Si para cada centro consideramos la media de la «NOTA-1.º U», la media de la «NOTA-COU» y el citado «índice de dificultad» como un triple ordenado, obtenemos: Biológicas: 7,61, 6,37, 0,84; Químicas: 5,11, 7,77, 1,52; ETSIA: 3,83, 6,71, 1,75; Informática: 3,86, 6,67, 1,73, y Matemáticas: 6,15, 8,31, 1,35.

En una primera aproximación se aprecia que las Matemáticas de Biológicas resultan bastante más sencillas que las de COU, siendo mucho más difíciles —más del doble— las de las Escuelas Técnicas. Las otras dos facultades quedan en un nivel intermedio, aunque, por supuesto, las respectivas asignaturas son bastante más complejas que las de COU (curiosamente, las Matemáticas para químicos resultan ser, en Alicante, algo más difíciles que las de la Facultad de Matemáticas de Valencia). Podrá argüirse que el índice de dificultad depende del criterio de los profesores. En efecto, no cabe esperar que la dificultad de las Matemáticas para biólogos sea similar en las diferentes universidades españolas. Lo que tratamos de probar es, precisamente, que la variable que estamos considerando influye notablemente en la variable «NOTA-1.º U» (a esta conclusión se llega mediante el ANOVA de «NOTA-1.º U» respecto de los centros; véanse tablas 54 y 56). De ahí que pasemos a

considerar un modelo factorial, con «NOTA-1.º U» como variable dependiente, mientras que «NOTA-COU» y «centro universitario» son las variables explicativas.

Empezamos analizando la regresión entre las variables cuantitativas para cada uno de los cinco centros seleccionados.

Regresión de la NOTA-1.º U respecto de la NOTA-COU, por centros

Los resultados obtenidos, para los distintos centros, pueden consultarse en las tablas 10 y 11 (Biológicas), 12 y 13 (Químicas), 14 y 15 (ETSIA), 16 y 17 (Informática) y 18 y 19 (Matemáticas). Resumiendo los resultados allí obtenidos para el modelo de regresión:

$$\text{«NOTA-1.º U»} = a + b \cdot \text{«NOTA-COU»},$$

se tiene:

Biológicas:	a =	4,25,	b =	0,53;	R ² =	0,10;	T =	2,36
Químicas:	a =	1,12,	b =	0,51;	R ² =	0,17;	T =	3,06
ETSIA:	a =	-1,22,	b =	0,75;	R ² =	0,25;	T =	5,73
Informática:	a =	1,61,	b =	0,34;	R ² =	0,06;	T =	2,09
Matemáticas:	a =	2,68,	b =	0,42;	R ² =	0,16;	T =	2,99

Se comprende que, efectivamente, los modelos de regresión difieren notablemente de unos casos a otros, y en varios aspectos:

1. En Informática, la variable independiente tiene significación estadísticamente dudosa (t próximo a 2), aunque pueda serlo sustantivamente. En los otros cuatro centros, «NOTA-COU» influye significativamente en «NOTA-1.º U».
2. La ordenada en el origen («intercept») varía desde + 4,25 de Biológicas hasta el - 1,22 de ETSIA. Estos números indican una bonificación (en el primer caso) o penalización (en el segundo) que tiene mucho que ver con la mayor o menor dificultad de los estudios (tablas 10, 12, 14, 16 y 18).
3. Por lo que respecta al valor explicativo de la nota de COU, cabe decir que no se ha mejorado nada respecto de la situación anterior (sin discriminar grupos) en Biológicas e Informática. En estos dos centros las diferencias de criterios de calificación serían máximas respecto de los profesores de COU. La mejoría es apreciable en Químicas y Matemáticas (pasando R² de 0,10 a 0,16) y muy notable en la ETSIA (donde se alcanza R² = 0,25). El valor explicativo de la variable NOTA-COU se aprecia fácilmente en la nube de puntos correspondiente a cada centro (tablas 11, 13, 15, 17 y 19).
4. El test gráfico de normalidad de gráficas aproximadamente lineales en el caso de la ETSIA, Químicas y Matemáticas, mientras que la distribución de las notas está muy alejada de la normal en Biológicas e Informática (ver tablas 20 a 24).

Dificultad de las matemáticas de Primero en cada centro universitario

Basándonos en las medias de las dos variables aleatorias que venimos considerando, definimos antes un «índice de dificultad» para las Matemáticas de 1.º en cada uno de los centros universitarios seleccionados. Aunque este índice tenga validez en una primera aproximación, la gran disparidad entre los coeficientes de regresión de «NOTA-COU» en los cinco modelos considerados hace aconsejable recurrir a sus respectivos gráficos (véase tabla 25).

Si todos los centros superiores hicieran públicos los modelos de regresión correspondientes a sus asignaturas de 1.º respecto de las correspondientes de COU, los alumnos aprobados en la selectividad tendrían una idea acerca del tipo de estudios que podrían abordar con ciertas garantías de éxito (entendiendo por tal el conseguir aprobar las distintas asignaturas). Se podría ahorrar así buena parte de los numerosos fracasos que tienen lugar durante los primeros años de estudios en la Universidad española.

Por poner un ejemplo, cualquier alumno aprobado en COU tiene buenas perspectivas de aprobar las Matemáticas de Biológicas (en Valencia). Una calificación de 5,52 en las Matemáticas de COU permitiría abordar los estudios de Ciencias Naturales con posibilidades, calificación que debe alcanzar 7,60 para los estudiantes de Ciencias Químicas, 8,29 para los futuros ingenieros agrónomos y 9,38 para los futuros graduados en Informática. Es obvio que la pequeñez de R^2 , en casi todos los casos, permite tener esperanzas razonables a quienes no andan muy por debajo de tales notas. La información anterior, sin embargo, permitiría adoptar decisiones con un mínimo de racionalidad, no disponible, por desgracia, en la actualidad.

Es posible que el alumno, aun careciendo de datos cuantitativos procedentes de la Universidad, tenga conciencia de que un nivel inadecuado en Matemáticas podría conducirle al fracaso en determinados tipos de centros universitarios. En otras palabras:

¿Condiciona la nota en matemáticas de COU la elección del tipo de estudios?

Al comparar, en una primera inspección, los histogramas para «NOTA-COU» por centros (tabla 26), se aprecian notables diferencias. De hecho, las notas medias en Matemáticas de COU son las siguientes, ordenadas de menor a mayor: Biológicas (6,35), Informática (6,63), ETSIA (6,70), Químicas (7,69) y Matemáticas (8,30). El análisis de la varianza (tabla 28) permite afirmar que la diferencia de medias es significativa al 100 por 100. En otras palabras, que los alumnos que obtuvieron mejores notas en Matemáticas de COU tienden a las carreras en las que dicha asignatura tiene mayor peso (Matemáticas, Químicas, Ingeniería). Obsérvese que en la Universidad de Alicante la carrera de Químicas es la única opción disponible en este campo.

Una pregunta similar a la anterior cabe hacerse respecto de la nota en la selectividad. De ser afirmativa la respuesta, habría que admitir

que una parte significativa del alumnado cree que dicha nota mide, de algún modo, su capacidad intelectual —o madurez—, y procede a la elección de carrera en consecuencia.

¿Condiciona la nota global de selectividad la elección del centro?

Las notas medias en selectividad para los alumnos y los centros considerados son, de menor a mayor: Informática (5,20), Biológicas (5,42), Químicas (5,64), Ingeniería (5,67) y Matemáticas (6,15). Los histogramas reflejan una mayor homogeneidad de medias y desviaciones (tabla 27). *††*

El análisis de la varianza pone de manifiesto, también en este caso, que la respuesta es afirmativa: los alumnos con «mayor madurez» tienden hacia las carreras consideradas —quizá erróneamente— más difíciles y, por tanto, de mayor prestigio intelectual (véase tabla 29).

6. ¿COMO INFLUYE LA PROCEDENCIA (ENSEÑANZA ESTATAL O PRIVADA) DEL ALUMNO?

Buscando un modelo que permita una mejor predicción del éxito, a la vista de los resultados más bien limitados alcanzados mediante el empleo de las variables «NOTA-COU» y «FACULTAD» (centro universitario), parece natural incorporar una nueva variable explicativa: la procedencia (centro estatal o privado) del alumno. Debemos indicar que, al introducir esta nueva variable cualitativa, las hipótesis barajadas por los autores de este trabajo eran dispares, fiel reflejo de los estados de opinión en nuestra sociedad. Deberían ser las técnicas estadísticas las que decidieran si la nueva variable era, o no, significativa —en el modelo central de este trabajo o en algún otro—. Otras cuestiones relacionadas con esta variable irán surgiendo paulatinamente. Trataremos, también, de darles una explicación satisfactoria.

Introducción de la nueva variable en el modelo central

Se trata de averiguar si «NOTA-1.º U» depende significativamente no sólo de «NOTA-COU» y del centro universitario en que se cursan estudios, sino también de la variable «tipo de centro en que se cursó COU» (variable cualitativa con valores «estatal» y «privado»).

Analizaremos si, para cada centro universitario (de los cinco seleccionados), la variable que introducimos influye significativamente, es decir, si la diferencia entre las medias obtenidas por los alumnos procedentes de centros estatales y privados se puede atribuir, o no, al azar.

a) En Biológicas

Comenzaremos comparando de forma descriptiva ambos colectivos, para lo cual y en todo lo que sigue resumiremos los datos (consúltense las tablas 30 y 31) formando pares, correspondiendo el primer elemento a «estatal» y el segundo a «privada»:

Número de alumnos (30, 21); media «NOTA-COU» (6,48, 6,21).

Media «NOTA-SEL» (5,36, 5,45); media «NOTA-1.º U» (7,90, 7,19).

Además, para la recta de regresión de «NOTA-1.º U» respecto de «NOTA-COU» se obtuvieron como coeficientes 4,37 (intercept) y 0,55 para la estatal, y 4,43 y 0,44 para la privada.

Se aprecia que los resultados obtenidos por los alumnos procedentes de centros estatales son ligeramente superiores a los procedentes de centros privados, tanto absoluta como relativamente, respecto de la nota obtenida en COU. Para ver si la diferencia entre los modelos de regresión es significativa hemos recurrido al ANOVA (tabla 32), obteniendo $F = 0,692$; es decir, que la probabilidad de equivocarnos, al afirmar que la diferencia entre los coeficientes de regresión es significativa, es del 51 por 100. No podemos sostener tal afirmación si trabajamos, por ejemplo, con un nivel de confianza del 95 por 100 (como es usual).

b) *En Químicas*

Los resultados recogidos en las tablas 34 y 35 se resumen así:

Número de alumnos (37, 12); media «NOTA-COU» (7,80, 7,66).

Media «NOTA-SEL» (5,64, 5,76), media «NOTA-1.º U» (4,95, 5,6), y para la regresión, los coeficientes fueron: 1,81 y 0,40, para la estatal, y —1,44 y 0,92, para la privada.

Aquí se invierten las tornas, siendo los alumnos procedentes de los centros privados quienes dan un mejor rendimiento. La muestra es, sin embargo, demasiado pequeña como para poder afirmar tajantemente la significación de la diferencia. En efecto, en este caso, $F = 1,98$, y la probabilidad de equivocarnos al afirmar que los modelos de regresión difieren significativamente es del 15 por 100, siendo la conclusión la misma que en el caso anterior (tabla 33).

c) *En la ETSIA*

Los resultados recogidos en las tablas 36 y 37 se resumen así:

Número de alumnos (56, 46); media «NOTA-COU» (6,64, 6,79); media «NOTA-SEL» (5,62, 5,82); media «NOTA-1.º U» (3,51, 4,23), y como coeficientes de las respectivas rectas de regresión se obtuvieron: (—0,11 y 0,54) para la estatal y (—2,73 y 1,02) para la privada.

Nos encontramos en este caso con que ambas muestras son lo suficientemente grandes como para conjeturar que la notable diferencia entre los coeficientes de regresión debe ser significativa. En efecto, el ANOVA para el modelo de regresión (tabla 38) da, en este caso, $F = 3,42$, por lo que existe sólo una posibilidad del 3,7 por 100 de que la diferencia entre ambos modelos se deba al azar. De hecho, de igual forma que los «intercepts» y los coeficientes de regresión difieren notablemente, lo mismo ocurre con R^2 , que vale 0,19 para los alumnos procedentes de centros estatales, y 0,33 para los procedentes de privada. Puede afirmarse que es en este último colectivo (alumnos ETSIA procedentes de privada) donde el modelo de regresión permite una predicción más ajustada (ver plot en tabla 40).

Debemos indicar que en los resultados anteriores puede haber influido —no podemos precisar en qué sentido— la costumbre establecida entre los alumnos de ingeniería de asistir a centros privados de preparación complementaria.

d) *En Informática*

El resumen de los datos contenidos en las tablas 41 y 42 es el siguiente:

Número de alumnos (38, 32); media «NOTA-COU» (6,77, 6,54); media «NOTA-SEL» (5,14, 5,18); media «NOTA-1.º U» (3,95, 3,75).

Respecto a los coeficientes de la recta de regresión, se obtuvo: 1,34 y 0,39, para la estatal, y 2,12 y 0,25, para la privada.

Se observa que, en la Escuela de Informática, a diferencia de la ETSIA, son los alumnos procedentes de centros estatales los que alcanzan mejor rendimiento, aunque la diferencia es escasa. En el ANOVA para el modelo de regresión (tabla 39) se obtiene $F = 0,13$, siendo 0,88 la probabilidad de que ambos modelos difieran a causa del azar. No podemos afirmar, pues, que la diferencia sea significativa.

e) *En Matemáticas*

El número de las tablas 43 y 44 es:

Número de alumnos (38, 12); media «NOTA-COU» (8,27, 8,46); media «NOTA-SEL» (6,19, 6,08); media «NOTA-1.º U» (6,25, 5,82).

Como coeficientes de regresión se obtuvieron: 3,20 y 0,37, para la estatal, y 0,42 y 0,64, para la privada.

También en la Facultad de Matemáticas obtienen mejores resultados los alumnos procedentes de centros estatales. Aunque la diferencia es apreciable, la muestra procedente de centros privados es lo suficientemente reducida como para tomar aquella observación con cautela. En efecto, el ANOVA (tabla 45) nos da un «F—ratio» igual a 0,97, por lo que la probabilidad de que ambos modelos difieran significativamente es del 61 por 100, demasiado lejos del 95 por 100 como para poder aceptarlo a nuestro nivel. Notemos que, también en este caso, como en la ETSIA, $R^2 = 0,33$ para el colectivo procedente de centros privados, por tan sólo 0,13 para el procedente de centros estatales.

La conclusión es que la distinción entre estatal y privado contribuye poco a mejorar el modelo predictivo que ya teníamos. De hecho, los R^2 correspondientes a cada par de modelos construidos para cada centro universitario apenas mejoran el precedente (generalmente, mientras que uno supera el R^2 conjunto, el otro es inferior).

El resultado de analizar la influencia de la variable ESTATAL/PRIVADA en un modelo de regresión «NOTA-1.º U» respecto de «NOTA-COU» es previsible cuando se prescinde de la variable «centro universitario». Podemos resumir los datos de las tablas 47 y 48 de forma análoga a la que venimos empleando: número de alumnos (199, 123); media «NOTA-COU» (7,17, 6,87); media «NOTA-SEL» (5,60, 5,61); media «NOTA-1.º U» (5,05, 4,90). Como rectas de regresión se obtuvieron: $y = 1,70 + 0,47 \cdot x$, e $y = 0,93 + 0,58 \cdot x$ (para estatal y privada), donde, como siempre, y es «NOTA-1.º U» y x es «NOTA-COU». Además, R^2 fue 0,10 y 0,11, respectivamente.

La influencia del tipo de educación recibida, en el modelo de regresión, es muy pequeña, ya que, al ser $F = 0,197$, la probabilidad de que la diferencia entre ambos modelos se daba al azar es nada menos que del 82 por 100 (tabla 46).

La explicación a través de todas las variables

Otra forma de apreciar el efecto de una variable cualitativa con dos valores es construir una «falsa variable»:

Definimos $X \begin{cases} 1, & \text{si el alumno procede de un centro estatal} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$

Vamos a elaborar un nuevo modelo de regresión que incorpore, como variables explicativas, y junto a la anterior, la variable «NOTA-SEL», índice de madurez, así como «NOTA-COU», que indica nivel específico en Matemáticas. Recordemos que estas dos variables no son colineales.

Pretendemos de esta forma alcanzar los más altos niveles posibles de explicación de la variable «éxito». Con tal fin hemos revisado el estudio por separado para cada tipo de centro universitario.

Los modelos de regresión obtenidos son:

1. *Biológicas* (tabla 49)

$$\begin{aligned} \text{«NOTA-1.º U»} &= 2,83 + 0,49 \cdot \text{«NOTA-COU»} + 0,24 \cdot \text{«NOTA-SEL»} + 0,60 X \\ \text{T-ratios} & \qquad \qquad (2,17) \qquad \qquad \qquad (0,63) \qquad \qquad \qquad (1,2) \\ R^2 &= 0,13 \end{aligned}$$

Se concluye que la única variable explicativa cuyo efecto es significativo es «NOTA-COU». Por otro lado, el coeficiente positivo de X indica una influencia sustantiva positiva de la procedencia «enseñanza estatal».

2. *Químicas* (tabla 50)

$$\begin{aligned} \text{«NOTA-1.º U»} &= 1,93 + 0,54 \cdot \text{«NOTA-COU»} - 0,08 \cdot \text{«NOTA-SEL»} - 0,74 X \\ \text{T-ratios} & \qquad \qquad (3,04) \qquad \qquad \qquad (-0,26) \qquad \qquad \qquad (-1,47) \\ R^2 &= 0,20 \end{aligned}$$

Las conclusiones son similares, invirtiéndose el signo de la «NOTA-SEL» y centro de procedencia (que siguen sin ser significativas).

3. *ETSIA* (tabla 51)

$$\begin{aligned} \text{«NOTA-1.º U»} &= -2,39 + 0,63 \cdot \text{«NOTA-COU»} + 0,40 \cdot \text{«NOTA-SEL»} - 0,55 X \\ \text{T-ratios} & \qquad \qquad (4,47) \qquad \qquad \qquad (1,87) \qquad \qquad \qquad (-1,6) \\ R^2 &= 0,30 \end{aligned}$$

Las conclusiones son similares, aunque la significación de «NOTA-SEL» es dudosa. Se alcanza la mayor cota de explicación, aunque, sorprendentemente, sigue siendo baja.

4. *Informática* (tabla 52)

$$\begin{aligned} \text{«NOTA-1.º U»} &= 0,96 + 0,30 \cdot \text{«NOTA-COU»} + 0,16 \cdot \text{«NOTA-SEL»} + 0,13 X \\ \text{T-ratios} & \qquad \qquad (1,78) \qquad \qquad \qquad (0,68) \qquad \qquad \qquad (0,34) \\ R^2 &= 0,07 \end{aligned}$$

Puesto que $F = 1,6$ (tabla 52), el conjunto de la regresión no es significativo. La única explicación posible es que los criterios de evaluación no son discriminatorios respecto de la capacidad real del alumno.

5. Matemáticas (tabla 53)

$$\begin{array}{l} \text{«NOTA-1.º U»} = 0,86 + 0,35 \text{ «NOTA-COU»} + 0,32 \text{ «NOTA-SEL»} + 0,46 X \\ \text{T-ratios} \qquad \qquad \qquad (2,4) \qquad \qquad \qquad (1,49) \qquad \qquad \qquad (1,06) \\ R^2 = 0,22 \end{array}$$

Una vez más, tan sólo la nota de COU resulta significativamente explicativa.

Para asegurar la conclusión, relativa a la no significatividad del tipo de centro de procedencia, hemos realizado el ANOVA de «NOTA-1.º U» respecto de las dos variables cualitativas (véanse tablas 55 y 57). Se observa la gran desproporción de F para las variables. Se concluye, también, por este camino, que tanto el tipo de centro de procedencia como su interacción con el centro universitario carecen de efecto significativo en el «éxito» del alumno.

¿Califican los centros privados con mayor benevolencia que los estatales?

Existe la creencia en ciertos ambientes de que los centros privados, para facilitar el acceso de sus alumnos a la Universidad (sobre todo a las facultades con *numeros clausus*) «hinchán» artificialmente sus notas, sobre todo en COU. Tal hipótesis no parece confirmarse, atendiendo a los datos obtenidos (referidos, no se olvide, a una muestra de alumnos que aprobaron en sus respectivos centros). En efecto, la razón $\left(\frac{\text{media «NOTA-1.º U»}}{\text{media «NOTA-COU»}}\right)$ es, esencialmente, la misma para ambos colectivos (0,70 y 0,71). Cabe preguntarse, en cambio, a qué se debe que las notas medias, tanto en COU como en la Universidad, sean superiores para los alumnos procedentes de centros estatales. La razón no puede buscarse en la selectividad, donde las medias son prácticamente iguales para ambos colectivos, 5,60 y 5,61, así como las desviaciones típicas (0,87 y 0,89).

La causa reside, a nuestro entender, en el diferente nivel de renta de sus respectivas familias, que, al ser superior para los alumnos de centros privados, les animaría a realizar estudios universitarios, aun con escasas garantías de éxito.

Obsérvese que la razón $\left(\frac{\text{«NOTA-SEL»}}{\text{«NOTA-COU»}}\right)$ es superior para la enseñanza privada (0,82 por 0,78).

Ello se debe, sin duda, a la preparación específica que los centros privados proporcionan a sus alumnos de cara a las pruebas de selectividad.

¿Influye el tipo de enseñanza recibida en la posterior elección de carrera?

Se trata de saber si todos los centros universitarios atraen igualmente a los alumnos de los centros públicos y privados o si, por el contrario, esta variable influye en la decisión del alumno aprobado en selectividad.

	E	P	T	%(P/T)	%[%(P/T)] /S
Biológicas	30	21	51	41	23
Químicas	37	12	49	24	13
ETSIA	56	46	102	45	25
Informática	38	32	70	46	26
Matemáticas	38	12	50	24	13
SUMAS	199	123	322	S=180	100

(Abreviaturas: E, estatal; P, privada; T, total alumnos por centro universitarios.)

Siendo 4 el número de grados de libertad y habiéndose calculado $\chi^2 = 12,17$, se observó que $\chi^2 > \chi^2_{.98}$, por lo que hay que admitir la influencia del centro de procedencia.

Se puede concluir, a la vista de la tabla, que los alumnos de centros privados se sienten más atraídos, en orden decreciente, por ambas escuelas técnicas (25 por 100 de promedio) y por biológicas (23 por 100), mientras que sienten poco interés por matemáticas y químicas (un 13 por 100 de promedio). En la estatal, el reparto es justo al contrario.

Podríamos afirmar, sintetizando, que los alumnos de centros privados parecen más interesados por las aplicaciones que por la especulación científica. La tendencia de los alumnos de centros estatales a seguir las profesiones de sus propios profesores parece revelar una insuficiente orientación profesional —con carácter general— en este tipo de centros, que no se ve suplida por la información aportada por el ambiente familiar y social.

6. CONCLUSIONES FINALES

El objeto central de este trabajo era buscar la explicación del éxito («NOTA-1.º U») de los alumnos de facultades científicas y escuelas técnicas en las asignaturas de Matemáticas. Tal explicación se fundamenta, así nos lo parecía, en el nivel previo del alumno en la especialidad («NOTA-COU»), en su madurez intelectual (medida por la puntuación global en la selectividad, NOTA-SEL), en las peculiaridades inherentes a cada centro universitario (dificultad objetiva del programa de Matemáticas, modalidades de examen, criterios de corrección, etc.) y, por último, en el tipo de educación recibida por el alumno (estatal o privada). La principal conclusión es que la nota obtenida en la selectividad y el tipo de centro en el que se cursó el COU tienen una influencia despreciable en el mayor o menor éxito del alumno en las asignaturas de Matemáticas del primer curso de su carrera universitaria. La influencia de «NOTA-SEL» deberá hacernos reflexionar sobre la conveniencia de mantener, o no, el modelo actual de selectividad.

Hemos clarificado otras cuestiones interesantes. Así, por ejemplo, se puso de manifiesto la importancia de las Matemáticas en la puntuación global de la selectividad. También se ha podido apreciar una enorme disparidad de pautas profesionales por parte de diversos colectivos de profesores universitarios, cuyos criterios de evaluación bordean, en algunos casos, la más completa incongruencia. Paralelamente, hemos constatado cómo tanto la capacidad matemática como la madurez del alumno (que él cree valoradas, con mayor o menor objetividad, por «NOTA-COU» y «NOTA-SEL», respectivamente) condicionan la elección de carrera universitaria. También hemos demostrado que —a despecho de los prejuicios de unos y otros— las notas otorgadas por los centros estatales y privados son igualmente fiables. Señalemos finalmente que sólo hemos apreciado el efecto del tipo de enseñanza, privada o pública, en los diferentes grados de atracción hacia los estudios especulativos y hacia las carreras cuyas aplicaciones son más inmediatas.

Junto con los fenómenos ya comentados hemos tenido ocasión de emitir conjeturas basadas en ciertas anomalías observadas. Así, la superioridad significativa de los alumnos procedentes de privada en las escuelas de ingeniería nos ha hecho pensar en la influencia de los estudios no reglados, paralelamente a la enseñanza oficial (clases particulares, academias preparatorias, etc.), cuya incidencia entre el alumnado habría que investigar cuantitativa y cualitativamente. También el superior rendimiento de los alumnos de enseñanza privada en las pruebas de selectividad parece reflejar una preparación específica que no brindan —en igual medida— los centros estatales. La desigual atracción ejercida por las diversas carreras universitarias sobre los alumnos de enseñanza pública y privada quizá debería animar a las autoridades educativas a proporcionar a los alumnos de COU una eficaz orientación profesional, si es que se confirma la conjetura antes formulada.

Añadamos, para terminar, que la investigación realizada, aparte de invitar a contrastar la nueva hipótesis enunciada y sugerir estudios descriptivos análogos de otras áreas del conocimiento, pretende inducir un cambio de actitud en los profesionales y en la Administración educativa. Esta es la única posibilidad de que las deficiencias, puestas de manifiesto a través de este tipo de estudios, puedan ser corregidas.

BIBLIOGRAFÍA

- BMDP (1981): «BMDP Statistical Software. 1981», *University of California Press*.
- Achen, Ch. H. (1982): «Interpreting and Using Regression», *Sage University Papers*.
- Goberna, M. A. (1983): «El curriculum de matemáticas en la prueba de acceso», *Revista de la Enseñanza de las Ciencias*, 2, págs. 99-105.
- Goberna, M. A.; López, M. A., y Pastor, J. T. (1984): «La influencia del examen de selectividad en la enseñanza». Contenido en el informe final del proyecto de investigación educativa *Las matemáticas en la formación del universitario actual (...)*, ICE, Universidad de Valencia. Director: profesor M. Valdivia.
- Iversen, G. R., y Norpoth, H. (1976): «Analysis of Variance», *Sage University Papers*.
- Lewis-Beck, M. S. (1980): «Applied Regression. An Introduction», *Sage University Papers*.
- Pastor, J. T. (1984): «Las pruebas de matemáticas en los exámenes de acceso», *Revista de la Enseñanza de las Ciencias*, 4 (en prensa).