



## ENCUESTA SOBRE EVALUACIÓN DEL PROFESORADO: SELECCIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO UTILIZANDO EL SOFTWARE POSDEM

GONZALO SÁNCHEZ-CRESPO BENÍTEZ (\*)  
ALBERTO LEZCANO LASTRA (\*)

**RESUMEN.** En el planteamiento de numerosas encuestas o investigaciones por muestreo uno de los primeros puntos a determinar es el tipo de muestreo. Por tipo o plan de muestreo entendemos el procedimiento de selección y de estimación elegido. Con fines divulgativos se presenta en esta comunicación un ejemplo de aplicación del software POSDEM a una hipotética encuesta sobre evaluación del profesorado. Esta ilustración es un extracto de un artículo más extenso publicado en Internet en la Revista Electrónica de Metodología Aplicada.

El software POSDEM se ha diseñado por los autores de este artículo con el fin de optimizar la selección entre planes de muestreo alternativos. El objetivo ha sido disponer de un software que permita diseñar planes de muestreo adaptados a cada investigación, incorporando un conocimiento experto sobre muestreo, de forma que la persona que lleva a cabo la investigación no precise disponer de dicho conocimiento. POSDEM permite contestar preguntas como: ¿Cuál es el mejor plan de muestreo para un determinado marco poblacional? ¿Y el error de muestreo necesario para un determinado nivel de confianza? ¿Qué unidades deben ser investigadas? La aplicación dispone un sistema de ayuda en formato de hipertexto que puede ser utilizado como manual de muestreo. Se ha preparado una ilustración con el fin de mostrar las posibilidades de este software.

El programa está disponible para su utilización en otros proyectos de investigación en la página de Internet: <http://www.geocities.com/ResearchTriangle/Facility/1075/default.htm>

### INTRODUCCIÓN

Se pretende ilustrar la selección del plan de muestreo aplicado a una encuesta

de evaluación del profesorado, utilizando la información auxiliar disponible sobre calificaciones de una asignatura. El marco y la encuesta están basados en una

---

(\*) Instituto Nacional de Estadística. Delegación Cantabria.

simulación con datos ficticios y se realiza sólo con fines ilustrativos. No obstante, los pasos seguidos en esta comunicación se pueden seguir en otras investigaciones con datos reales.

Los métodos de muestreo utilizados han sido: muestreo sistemático con intervalo de selección constante, variable, equilibrado, modificado, centrado, con correcciones extremas (Bellhouse, D. R. y Rao, J. N. K., 1975) y métodos de muestreo con probabilidades proporcionales al tamaño con, sin y con reposición parcial (Sánchez-Crespo, J. L., 1998). El muestreo sistemático y el muestreo con probabilidades desiguales son métodos muy utilizados. Sin embargo, el muestreo sistemático presenta el riesgo de que la presencia de ciclos o tendencias en la población disturbe la inferencia de los resultados, igualmente se pueden encontrar relaciones inapropiadas entre las variables auxiliar y de estudio en los métodos con probabilidades desiguales. En ambos casos los autores coinciden en señalar que es necesario tomar precauciones antes de aplicar estos métodos (Murthy, M. N., 1967; Krishnaiah, P. R. y Rao, C. R., 1988). Por otra parte, utilizar como alternativa elegida el muestreo aleatorio simple cuando existe información auxiliar que puede emplearse bien en el proceso de subestratificación o en el de selección y estimación es equivalente a utilizar un transatlántico para llevar un saco de naranjas pudiendo utilizar otros medios de transporte menos costosos y más precisos.

El programa POSDEM se va a utilizar en este artículo para resolver un problema general de selección y estimación basado en diferentes métodos de muestreo. Para ello se ha llevado a cabo una ilustración de un protocolo para la evaluación de métodos de selección y estimación en el diseño de una encuesta sobre el profesorado. Esta ilustración puede ser utilizada durante un curso so-

bre muestreo de poblaciones finitas en su apartado de métodos de selección sistemáticos con probabilidades iguales o desiguales. Se plantea un estudio de la población de estudiantes de una universidad y de los métodos considerados con el fin de ayudar a los estudiantes o investigadores en el aprendizaje de estas técnicas de selección y estimación, avanzando mediante planteamientos del tipo: ¿qué ocurre si...? (Biehler, Rolf, 1997).

Por último, la realización de una investigación por muestreo requiere, desde la óptica de la selección y de la estimación, un conocimiento experto y la evaluación de un conjunto de alternativas que hemos incorporado en POSDEM (Sánchez-Crespo, G.; Lezcano, A., 1999) un programa de ordenador para mejorar la eficacia en la utilización de este tipo de instrumentos. El objetivo es que personas que deben utilizar, y en su caso hacer, diseños de investigaciones basadas en muestras puedan resolver un problema de elección entre diferentes métodos de muestreo de forma que se mejore tanto el tamaño de muestra como la precisión de las estimaciones, sin necesidad de disponer de dicho conocimiento.

#### ENUNCIADO DEL PROBLEMA PROPUESTO

El equipo rector de una universidad que cuenta con un total de 12.000 alumnos matriculados tiene entre sus objetivos el evaluar a sus profesores mediante entrevistas realizadas a sus alumnos. Este procedimiento se lleva a cabo de manera exhaustiva de forma que todos los alumnos proporcionan una valoración de su profesor. El gasto en cuestionarios y en medios para procesar la información obtenida hace que desde el equipo

rector se plantee el llevar a cabo un estudio relativo a la sustitución de este procedimiento exhaustivo por un método de encuesta por muestreo. Para esto las premisas que deben tenerse en cuenta son:

- La evaluación que hacen los alumnos de los profesores es prioritaria como objetivo de la institución. Por ello el nivel de calidad de la encuesta debe ser el mayor posible. Así la cota de error admisible para llevar a cabo la investigación por muestreo debe ser inferior a más menos medio punto. Es decir, si obtenemos una estimación de calificación media de 5,1 para un determinado profesor, debemos poder estar seguros, a un nivel de confianza del 95%, de que el verdadero valor del parámetro se encuentra entre 4,6 y 5,6.
- La fracción de muestreo, esto es, la relación entre el tamaño de muestra y el de población, no debe ser inferior al 10% de los alumnos. Se trata de evitar, aunque fuera técnicamente posible, disminuir más el tamaño de muestra, para que ésta no se vea tan limitada que los alumnos no aprecien su existencia. Al menos de vez en cuando todos los alumnos deben participar en un proceso de evaluación del profesorado para sentirse partícipes del procedimiento. Así en términos medios un alumno podría participar en una de estas encuestas al menos por cada 10 profesores evaluados.

Con estas especificaciones hay que determinar el método de muestreo que proporcione una menor cota de error para una significación del 95%.

## DECÁLOGO PARA LA ELECCIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO

En esta nota se dan unas indicaciones breves sobre los pasos seguidos para obtener un método de selección y de estimación adecuado a las necesidades de la encuesta de evaluación del profesorado, se suprimen explicaciones que pueden encontrarse en la documentación, ayuda del programa o manuales de texto y está dirigido a personas con conocimientos de muestreo. En partes posteriores de esta nota se proporcionarán explicaciones más detalladas dirigidas a personas que se encuentren por primera vez ante técnicas de muestreo en poblaciones finitas.

Hemos utilizado como marco de la encuesta los datos de evaluación de un determinado profesor el año anterior y hemos seguido el siguiente decálogo de actuación:

- Utilización del Editor:

1. Introducimos los datos desde «Editor: Archivo: Importar». El fichero de texto que contiene los datos se ha denominado notas.txt y tiene dos variables definidas de la siguiente forma:

$X_i$  = variable de estudio o de control = calificaciones proporcionadas por los alumnos a un profesor.

$M_i$  = variable auxiliar o de subestratificación = nota final de la asignatura que el profesor asignó a los alumnos.

2. Para recoger el efecto de estratificación se pueden ordenar los datos por «Nota final» con doble clic sobre el literal de la variable. Una vez comprobada que la asignación de variables es la deseada, se puede analizar el tamaño de muestra desde dos opciones: para aplicar un muestreo aleatorio simple sin reposición o un muestreo estratificado con una unidad por estrato. Una vez seleccionado el tamaño de

muestra en función de la cota de error o de otras consideraciones—en este caso vamos a investigar al 10% de la población por imperativo del enunciado—, tomaremos la opción «Aceptar datos».

- Programa principal:

3. El siguiente paso consiste en seleccionar los métodos de muestreo que se van a evaluar en «Datos: Selección de métodos». Esta opción puede activarse más rápidamente con la tecla de función F2. En una primera aproximación, seleccionamos todos los métodos sin considerar estimadores mejorados de razón. Ese estudio puede incorporarse con carácter general para muestreo sin reposición y probabilidades iguales en una fase posterior si se estima conveniente.

4. Se puede calcular el error cuadrático medio del estimador desde

«Muestreo: Métodos seleccionados» (F3). A la vista de los resultados ajustar el número de decimales en opciones (F2) «Formato de salida» y otras opciones, en este caso datos cuantitativos y estimador de la media.

- Evaluación de los métodos de muestreo:

5. En «Evaluación: Generador de estructuras», hacemos doble clic sobre el área dedicada a la representación gráfica.

Una vez que aparece la ventana con la distribución de los residuos sobre el modelo sin aleatoriedad, fijar el grado de la curva en cinco y pulsar Intro. Asignamos en «Término de error: Desviación» el valor de la desviación típica de los residuos que aparece al final de la ventana de los residuos.

The screenshot shows the POSDEM software interface. The title bar reads "POSDEM - Optimizar la Selección en el Diseño de Encuestas por Muestreo - [Simulador de Estru...". The menu bar includes "Datos...", "Evaluación", "Muestreo", "Cálculos", "Listados", "Gráficos", "Ventana", and "Ayuda". The toolbar contains various icons for file operations and simulation control. The main window is divided into several sections:

- Tendencia:** A graph showing a linear trend. Parameters: Constante = 1.0927, Pendiente = 5.8751.
- Curva:** A graph showing a curve. Parameter: Grado = 5.
- Ciclo:** A graph showing a cyclical trend. Parameters: Período = 0, Amplitud = 0.
- Término de error:** A graph showing a normal distribution. Parameters: Media = 0, Desviación = 0.5.
- Heterocedast.:** A graph showing a scatter plot with a regression line. Parameter: Valor = 0. The model is set to "nula".
- Modelo:** Radio buttons for "Solo simulacion" and "Superponer V. E.". The "Superponer V. E." option is selected.
- Table:** A table showing the results of the simulation.
 

	Media	Covarianza
V. Estudio	4.2003	2.2497
Modelo	4.2211	2.1766
Intervalo1	4.2211	2.1766

At the bottom of the window, there is a status bar with the following formula:  $\bar{X}_i = 1.0927 + 0.0588 \cdot i + -0.0007 \cdot (i^2) + 0.0000 \cdot (i^3) + 0.0000 \cdot (i^4) + 0.0000 \cdot (i^5) + \text{Sin}((i - 221) / 0) \cdot 0 + [0 \cdot (0.5 \cdot (1 + (i - 0)))]$

Below the status bar, there is a button that says "Haga doble click sobre el cuadro para redibujar el gráfico".



Movemos esta ventana fuera del área de dibujo para, con sucesivos doble clics, ver que el modelo proporciona una representación aleatoria correcta de la población. En el caso de que no sea correcta esta representación debido a la existencia de heterocedasticidad o por otro motivo, pueden introducirse valores en las casillas del término de error y de heterocedasticidad hasta representar correctamente la estructura de la población. También puede utilizarse más de una ecuación para representar la población añadiendo intervalos. Por último, seleccionamos «Aceptar estructura» pulsando el sexto botón del margen superior izquierdo.

- Programa principal:

6. En «Evaluación: Número de poblaciones generadas», fijamos un valor arbitrario pequeño entre 20 ó 30. Si la comparación entre los métodos se desea con una precisión mayor, aumentamos esta cifra a 200 ó 400 realizaciones, pero en ese caso, para evitar un tiempo de ejecución excesivo, se recomienda no seleccionar más de tres o cuatro métodos de muestreo. Esta opción, con un gran número de repeticiones, se aconseja en fases más avanzadas del análisis.

7. Se puede calcular el error cuadrático medio de cada procedimiento con la opción: «Evaluación: Según cota de error cuadrático medio». Se puede observar haciendo doble clic sobre los lite-

rales de las columnas que la ordenación de los métodos basándose en su error cuadrático medio cambia en función de la población elegida. El criterio más conservador es ordenar los métodos por cota superior de error respecto del modelo. Esta cota se calcula agregando al valor esperado del error cuadrático su desviación respecto de éste en el modelo por el percentil correspondiente al nivel de confianza. Se interpreta como el valor máximo que puede llegar a alcanzar el error cuadrático en las diferentes poblaciones aleatorias consideradas en condiciones de normalidad. Por tanto, una población que presente la estructura que se está analizando difícilmente permitirá un valor del error superior a ese límite.

8. En «Datos: Métodos de muestreo disponibles», elegimos los tres o cuatro que tengan en este primer análisis una menor cota superior de error respecto del modelo. Repetimos los pasos 6 y 7 fijando ahora un número mayor de realizaciones. Podemos ver los resultados gráficamente con la opción «Gráficos: Supergrama» (F11).

9. Rechazar nuevamente aquellos métodos con una mayor cota de error y volver a realizar el mismo análisis de superpoblación. Entre los métodos con una parecida cota de error se elige, con doble clic sobre la columna de métodos, aquél que mejor se adapte a la encuesta que se está diseñando en función de su grado de dificultad en los procesos de estimación y de sus ventajas e inconvenientes según la tipología descrita en el siguiente apartado.

10. Por último, para saber cuáles son las unidades que formarán parte de la muestra, seguimos los pasos: «Datos: Editor»; «Aceptar datos»; «Muestreo: Método elegido»; «Listado: Obtener muestra a investigar». Esta opción nos proporciona la identificación de las unidades titulares de la muestra y de las unidades reservas para el caso de negativas, ausencias u otras incidencias en el trabajo de campo.

POSDEM - Optimizar la Selección en el Diseño de Encuestas por Muestreo - [Tablas de resultad...]

Datos... Evaluación Muestreo Cálculos Listados Gráficos Ventana Ayuda

Error cuadrático medio para poblaciones finitas generadas aleatoriamente con un mismo patrón	Tamaño de muestra = 40	Tamaño de población = 400		
Métodos de muestreo seleccionados = 10	Error cuadrático	Cota superior de error 95%	Población (1)	Población
(PDCRPPPT) Probabilidades	.0047	.0094	.0019	.01
(MEst1) Estratificado con una unidad	.0053	.0102	.0044	.01
(SIV) Sistemática con Intervalo	.0057	.0107	.0042	.01
(SYIC) Sistemático con Correcciones	.0058	.011	.0068	.01
(SEq) Sistemático Equilibrado	.0056	.0113	.0115	.01
(SMod) Sistemático Modificado	.0059	.0115	.0096	.01
(SIC) Sistemático con Intervalo	.0084	.0159	.0091	.01
(SCIV) Sistemático Centrado con	.0056	.0164	.0044	.01
(SCIC) Sistemático Centrado con	.006	.0179	.0023	.01

Error cuadrático medio del estimador para los métodos de muestreo seleccionados a una determinada estructura poblacional: Enfoque de superpoblación

La precisión de los métodos de muestreo, cuando utilizamos un modelo de superpoblación viene dado por

Proceso terminado 10 métodos de muestreo aplicados a 200 poblaciones

## TIPOLOGÍA DE LOS MÉTODOS DE MUESTREO DE SELECCIÓN Y DE ESTIMACIÓN CONSIDERADOS EN EL ANÁLISIS DE LA POBLACIÓN MARCO

La lectura de este apartado es opcional para aquellas personas interesadas en detalles técnicos.

El programa permite analizar 44 métodos de muestreo posibles, obtenidos del cruce de diferentes posibilidades de selección y estimación; sin embargo se recomiendan únicamente siete alternativas, pudiéndose emplear las restantes en función de la amplitud del estudio que se esté llevando a cabo. Estos siete métodos se

clasifican a su vez en tres grupos en función del grado de complejidad que representan<sup>2</sup>:

- *Métodos de tipo uno*: Sistemático equilibrado; Sistemático con intervalo variable; Centrado con intervalo variable; Estratificado con una unidad.

Ventajas: permiten llevar a cabo las estimaciones utilizando estimadores de simple expansión. No es necesario tener en cuenta probabilidades desiguales ni utilizar estimadores mejorados o corregidos. Además, si se ordena por una variable asociada a la de estudio, permite recoger el efecto de estratificación y

(2) Dentro de los grupos se especifican de menor a mayor grado de dificultad del algoritmo utilizado para seleccionar la muestra.

extiende la muestra a toda la población. El estimador utilizado en el caso de la media sería:

$$\hat{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Inconvenientes: no permiten calcular el error debido al muestreo con los datos de una única muestra, por lo que éste sólo puede ser calculado con los datos del marco. No obstante se puede utilizar la aproximación que considera que el orden de la población es aleatorio mediante la expresión:

$$\hat{V}(\hat{\bar{x}}) = (1-f) \frac{\hat{S}_{n-1}^2}{n}$$

O, si el orden de la población tiene un efecto de estratificación, puede utilizarse la expresión propuesta por la técnica del lazo, uniendo dos unidades contiguas para formar muestras de tamaño dos por estrato.

$$\hat{V}(\hat{\bar{x}}) = \sum_{h=1}^l \frac{N_h}{N} (1-f_h) \frac{\hat{S}_{h(n-1)}^2}{n_h}$$

Si el orden de la población es aleatorio pueden presentarse, dada una población concreta, valores anómalos consecuencia de un coeficiente de correlación intraclásica positivo.

• *Métodos de tipo dos:* Sistemático con intervalo constante y correcciones de los extremos; Sin reposición y probabilidades iguales con estimador de razón.

Ventajas: El primer caso no necesita ordenar la población al incorporar la información auxiliar en el proceso de estimación, además permite aumentar la precisión ordenando la población. En el segundo caso elimina con carácter general el efecto tendencia observado en el muestreo sistemático con intervalo constante.

El estimador de la razón viene dado por la expresión:

$$\hat{\bar{x}}_R = \frac{\hat{\bar{x}} \frac{\sum_{i=1}^N M_i}{N}}{\frac{\sum_{i=1}^n M_i}{n}}$$

El método de estimación denominado de correcciones de los extremos, debido a Yates, consiste en obtener el espacio muestral conforme al procedimiento de muestreo sistemático con intervalo constante y corregir el estimador ponderando el primero y el último miembro por:

$$1 \pm \frac{n(2i-k-1)}{2(n-1)k}$$

$i$  es el aleatorio entre 1 y  $k$

El signo se reserva: + para el primer miembro y - para el último.

Inconvenientes: no permiten calcular el error debido al muestreo con los datos de una única muestra, por lo que éste sólo puede ser calculado con los datos del marco. Si la relación entre las variables no es la adecuada, puede dar lugar a importantes sesgos de estimación.

• *Métodos de tipo tres:* Probabilidades desiguales y reposición parcial.

Ventajas: no necesita ordenar la población al incorporar la información auxiliar en el proceso de estimación, además permite aumentar la precisión si se opta por ordenar la población. Permite calcular el error debido al muestreo con los datos de una única muestra, es decir, dispone de un estimador insesgado del error cuadrático medio del estimador.

El estimador utilizado para la media será:

$$\hat{\bar{x}}_{Pd\_Crp} = \frac{1}{N} \hat{X}_{Pd\_Crp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{nP_i}$$

con  $P_i = M_i / M$

Y para estimar la varianza del estimador:

$$\hat{V}(\hat{X}_{Pd\_Crp}) = \frac{1}{N^2} \hat{V}(\hat{X}_{Pd\_Crp}) = \frac{1}{N^2} \frac{M-nb}{M} \cdot \frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_i \left( \frac{X_i}{P_i} - \hat{X}_{Pd\_Crp} \right)^2$$

En nuestro caso hemos aplicado este método seleccionando muestras de tamaño dos en cada uno de los  $k = N/n$  substratos que es posible obtener dividiendo la población por el tamaño de muestra. Así las expresiones a aplicar son:

Para el estimador de la media:

$$\hat{x}_{st(Pd\_Crp)} = \sum_n w_h \cdot \hat{x}_{h(Pd\_Crp)} = \sum_n \frac{Nh}{N} \hat{x}_{h(Pd\_Crp)}$$

Y para estimar la varianza del estimador:

$$\hat{V}(\hat{x}_{h(Pd\_Crp)}) = \sum_n w_h^2 \cdot \hat{V}(\hat{x}_{h(Pd\_Crp)}) = \sum_n \left( \frac{Nh}{N} \right)^2 \cdot \hat{V}(\hat{x}_{h(Pd\_Crp)})$$

$$\hat{V}(\hat{x}_{h(Pd\_Crp)}) = \frac{1}{Nh^2} \frac{M_h - 2b_h}{M_h} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{X_{h1}}{P_{h1}} - \frac{X_{h2}}{P_{h2}} \right)^2$$

Donde  $b_h$  es igual al mayor entero de la expresión

$$\left( \frac{\text{Min. } M_h}{n_h - 1} \right)$$

Inconvenientes: el proceso de estimación es más complejo que en el caso de simple expansión.

### SOLUCIÓN DEL PROTOCOLO SOBRE SELECCIÓN DE UNA MUESTRA DE ESTUDIANTES PARA EVALUAR AL PROFESORADO

Para determinar la estrategia muestral más adecuada a este problema se han investigado los resultados de una prueba de evaluación del profesorado realizada por los alumnos el año anterior, junto con la información auxiliar proporcionada por las notas de fin de curso que el profesor había asignado a los alumnos. Procesar esta información ha permitido obtener la siguiente ficha técnica:

Principales características del diseño de la investigación por muestreo (SEq) Sistemático Equilibrado	Estimador de la media por el método de expansión	Estimador de la varianza calculado con la técnica del lazo Resultados
Valores poblacionales	Media de la variable de control Desviación típica	4,2003 1,4999
Error cuadrático medio	Del estimador Del estimador de la varianza	0,0078 0,0059
Valores esperados	Del estimador Del estimador de la varianza	4,2003 0,0729
Cota de error	Al 90% Al 95% Al 99%	0,0881 0,1727 0,2643

La interpretación de esta ficha técnica es la siguiente:

El método de selección elegido ha sido muestreo sistemático equilibrado con estimador de simple expansión.

Proporciona una cota de error de más menos 0,17 a un nivel de significación del 95%. Esto quiere decir que para una estimación de 4,2 tenemos una confianza de que el verdadero valor se encuentra en el intervalo 4,03 a 4,37. La encuesta presenta un error debido al muestreo muy pequeño, que era uno de los objetivos iniciales.

Este nivel de error es inferior al exigido en la solicitud de informe y es consecuencia de incorporar, en el análisis, la información de la nota final de la asignatura. La ordenación de los alumnos por esta variable auxiliar tiene, en este caso, varias ventajas: permite disponer de una muestra representativa del conjunto, puesto que el método considerado, al ser un procedimiento sistemático, extiende la muestra a toda la población y, al mismo tiempo, recoge un efecto de estratificación, puesto que las dos variables presentan un cierto comportamiento acompasado. Alumnos con buena calificación tienen una valoración más positiva de su profesor que alumnos con peor nota final.

Las ventajas de este método de selección de muestras consiste en que proporciona una cota de error pequeña en el análisis de superpoblación realizado; la sencillez de aplicación, puesto que frente a los otros métodos considerados no supone tener que utilizar estimadores mejorados. Como inconveniente hay que mencionar que no permite estimar la cota de error con los datos de una sola muestra. Este inconveniente, dadas las características de esta investigación no se ha considerado relevante. No obstante, en caso de que entre las especificaciones del diseño figurase el considerar

estimaciones del error con cada muestra obtenida, el análisis realizado permite identificar como método equivalente en precisión al muestreo con probabilidades desiguales y reposición parcial, procedimiento que sí permite estimar la referida cota de error.

Las unidades muestrales se seleccionarán de forma que, si el aleatorio de selección es  $i$ , la muestra sistemática equilibrada vendrá dada por:

$$i+2jk, 2(j+1)k-i+1 \quad (j=0, \dots, (1/2)n-1/2)$$

para  $n$  par y

$$i+2jk, 2(j+1)k-i+1, i+(n-1)k$$

$$(j=0, \dots, (1/2)n-3/2)$$

para  $n$  impar.

Una explicación más detallada tanto de esta ficha técnica como del método empleado para seleccionar el procedimiento de muestreo sistemático equilibrado se puede encontrar en el siguiente apartado.

#### TAMAÑO DE MUESTRA Y COTA DE ERROR PARA DIFERENTES NIVELES DE SIGNIFICACIÓN Y MUESTREO ALEATORIO SIMPLE SIN REPOSICIÓN

Consideramos que la población original, los alumnos de un profesor, está ordenada por apellidos, o lo que es lo mismo al efecto de investigar como evalúan a un profesor, ordenada de forma aleatoria. Los datos proceden de un fichero externo de tipo texto: C:\POSDEM\notas.txt. Una vez abierto el fichero y cargados los datos en el editor, se selecciona la variable de estudio o de control y después, para determinar el tamaño de muestra dado un nivel de significación y el error de muestreo junto

POSDEM - Optimizar la Selección en el Diseño de Encuestas por Muestreo - [Muestreo Aleatorio...]

Datos... Evaluación Muestreo Cálculos Listados Gráficos Ventana Ayuda

Población	Info	Muestreo	Gráfico	Salir
Muestra (n)	n/N (%)	Error de muestreo	Estimación	Intervalos de confianza
2	0.00%	1.0605970	0.00000	[ 2.14204 ; 6.38443]
8	2.00%	0.5249689	4.26324	[ 2.93276 ; 5.03264]
20	5.00%	0.3268981	3.98270	[ 3.26139 ; 4.56898]
40	10.00%	0.2249867	3.91519	[ 3.84193 ; 4.74188]
80	20.00%	0.1499911	4.29191	[ 4.09932 ; 4.69928]

Introduzca el tamaño muestral ó la cota de error absoluto prefijados para un determinado nivel de confianza y pulse INTRO

Tamaño muestral  Cota de error  Confianza  90%  95%  97%  99%

La tabla presenta el error de muestreo, en términos absolutos, y la amplitud del intervalo de confianza, para diferentes fracciones de muestreo. Los intervalos de confianza dependen del nivel de confianza seleccionado, a diferencia del error de muestreo que sólo depende del tamaño muestral y de la varianza poblacional.

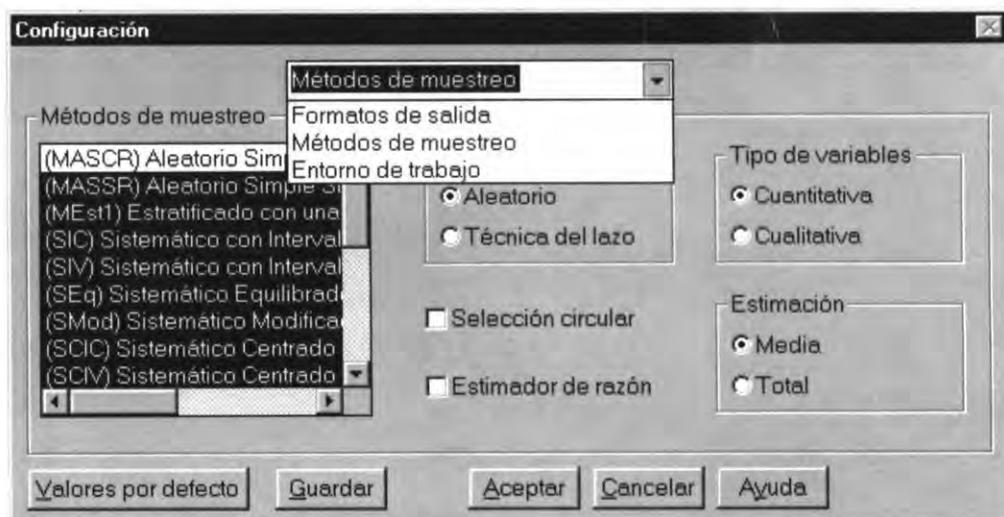
Cuando generamos una población aleatoria, la columna "Estimación" presenta un valor para el estimador de la media o proporción, obtenido mediante la extracción de una muestra de tamaño n, de la población ficticia generada.

Podemos calcular una acotación del error cometido con un determinado nivel de confianza, en términos absolutos, escribiendo el tamaño muestral que deseamos utilizar, o bien podemos fijar la

con la cota de error asociada a él, se selecciona la opción «Análisis de datos: Para muestreo sin reposición».

Cuando de pasa por encima de las pestañas de esta pantalla se pueden leer, en formato hipertexto, las principales definiciones utilizadas. También se pueden realizar simulaciones cambiando los valores que aparecen por defecto. Así, si queremos saber cuál es el tamaño de muestra que se corresponde con un determinado nivel de significación para una cota de error de más menos medio punto, basta con escribir esta última cantidad en el recuadro correspondiente. Para nuestro problema vemos que el tamaño de muestra necesario es de 33 unidades. Alternativamente para un tamaño de muestra igual a 40 unidades la cota de error se sitúa en 0,4499.

Si no planteamos utilizar información auxiliar que permita mejorar el proceso de selección de unidades muestrales o el proceso de estimación, entonces saldríamos de esta pantalla para volver al editor. Desde allí, vamos a «Aceptar datos» y damos al sistema el tamaño de muestra que hemos elegido en esta fase previa. Una vez que se ha establecido en 40 el número de unidades de la muestra, desde la alternativa «Datos: Opciones» fijaremos y seleccionaremos distintas alternativas: número de decimales: para este caso cuatro; métodos para el modelo de superpoblación: podemos seleccionar todos; estimador de la media por simple expansión o de razón según los métodos. Se aconseja, dado que existen procedimientos que se han contemplado sólo con un fin pedagógico o de investigación (por ejemplo aplicar correcciones de los



extremos al muestreo modificado o estimador de razón a estimadores mejorados de probabilidades desiguales), que se utilice la opción recomendada por defecto por el propio sistema, dejando las otras alternativas para estudios particularizados o para poblaciones muy específicas.

En cuanto al procedimiento para estimar la varianza, dado que el orden de la población es aleatorio, se seleccionará esta opción. Los datos son cuantitativos. La selección circular tiene sentido cuando se van a emplear métodos sistemáticos y el cociente entre el tamaño de población y el de muestra no es entero. En cuanto al estimador de razón, se recomienda su uso cuando se utiliza información auxiliar correlacionada con la variable de estudio o de control. En esta primera parte deberán estar desactivadas ambas opciones. Una vez que las opciones están correctamente

asignadas, pueden guardarse para utilizarlas en otras sesiones o como opción por defecto del usuario. Esto no modifica las opciones recomendadas por el propio sistema.

Una vez configuradas las opciones y cerradas todas las ventanas abiertas hasta ahora para evitar confusiones de navegación, seleccionamos la opción «Muestreo: 2. Sin reposición» y obtenemos en una ventana titulada «Tabla de resultados» una representación del espacio muestral, de todas las muestras posibles, el estimador obtenido en cada una de ellas tanto del parámetro que se está estudiando, en este caso la calificación media de los alumnos, como del estimador de la varianza de dicho estimador y su cota de error al 95% de nivel de confianza. Desplazándonos por la barra lateral podemos ver al final de las muestras un resumen del conjunto.

POSDEM - Optimizar la Selección en el Diseño de Encuestas por Muestreo - [Tablas de resultad...			
Datos... Evaluación Muestreo Cálculos Listados Gráficos Ventana Ayuda			
Estimaciones para cada una de las muestras obtenidas, utilizando muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición	Estimador de la media por el método de expansión	Estimador de la varianza supuesto orden aleatorio	
Parámetro poblacional = 4.2003	Estimador	Estimador de la varianza	Cota de error al 95%
Muestra(9)	4.0600	0.0381	0.27
Muestra(10)	3.9060	0.0613	0.34
Resumen			
Valor esperado	4.0289	0.0489	
Error cuadrático medio	0.0273	0.0008	
Cota de error al 95%	0.3239	0.0546	

Estimadores para cada una de las muestras obtenidas. Utilizando un método de muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición

Tamaños de población 400 de muestra 40 Núm. de muestras = 10 Error (%) al 95% = 7.7111 %

En la última parte existe otra ventana con un texto breve explicativo de los datos contenidos en la tabla de resultados, y es posible desplazarse dentro de esa caja de texto para poder leer el texto completo. Cualquiera de estos textos o datos puede ser copiado a otras aplicaciones utilizando la utilidad del portapapeles.

En esta pantalla vemos que la cota de error no coincide con la que habíamos obtenido previamente al analizar los datos ( $n = 40$  cota de error = 0,4499). Esto es debido a que este procedimiento de selección de muestras basa su análisis en una representación del espacio muestral. Es decir, si el número de muestras que se uti-

liza por defecto coincide con el valor que resulta de dividir ( $N / n$ ) este valor de número de muestras sí es suficiente para obtener el espacio muestral completo en los procedimientos sistemáticos. No obstante, si queremos tener una representación mayor del espacio muestral podemos modificar el valor en «Datos: Opciones: Número de muestras» y dar un valor superior, por ejemplo de 150 muestras; después podemos volver a aplicar «Muestreo: 2 Sin reposición» para que la simulación nos proporcione unos valores que se aproximen más a los que habíamos obtenido cuando considerábamos todo el espacio muestral completo.

Estimaciones para cada una de las muestras obtenidas, utilizando muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición	Estimador de la media por el método de expansión	Estimador de la varianza supuesto orden aleatorio	
Parámetro poblacional = 4.2003	Estimador	Estimador de la varianza	Cota de error al 95%
Muestra(149)	4.3025	0.0484	0.3081
Muestra(150)	4.2403	0.0540	0.3254
<b>Resumen</b>			
Valor esperado	4.2128	0.0500	
Error cuadrático medio	0.0570	0.0003	
Cota de error al 95%	0.4679	0.0349	

Estimadores para cada una de las muestras obtenidas. Utilizando un método de muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición

Tamaños de población 400 de muestra 40 Núm. de muestras = 150 Error (%) al 95% = 11.1407 %

En esta pantalla tenemos los principales valores asociados a un determinado procedimiento de selección y de estimación desde el punto de vista del error de muestreo. El error de muestreo es la desviación típica del estimador, es decir, la raíz cuadrada del error cuadrático medio del estimador. Este concepto coincide con el de varianza del estimador cuando el método es insesgado y por tanto el valor esperado del estimador coincide con su valor poblacional. Para aumentar la generalidad, y dado que utilizaremos después procedimientos sesgados como los métodos centrados, las correcciones de los extremos o el estimador mejorado de razón, utilizaremos el concepto de error cuadrático medio. Este concepto se puede aplicar al méto-

do de estimación que se esta empleado tanto para estimar un determinado parámetro (la calificación dada al profesor en media) o para estimar su error cuadrático medio. El primer caso es la cota de error del estimador de la media –se trata del concepto de precisión o más general de acuracidad del estimador del parámetro– y, en el segundo caso, es la cota de error del error –se trata de la estabilidad o de la precisión del estimador del error con datos de cada muestra determinada–.

Estos mismos conceptos se encuentran, o es posible obtenerlos, una vez seleccionado el método de muestreo en diferentes formatos bajo las opciones «Cálculos: Para cada muestra; Para el conjunto de muestras; Ficha técnica».

Principales características del diseño de la investigación por muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición	Estimador de la media por el método de expansión	Estimador de la varianza supuesto orden aleatorio
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	Resultados
Valores poblacionales	Media de la variable de	4.2003
	Desviación típica	1.4999
Error cuadrático medio	Del estimador	0.0570
	Del estimador de la varianza	0.0003
Valores esperados	Del estimador	4.2128
	Del estimador de la varianza	0.0500
Cota de error	Al 90 %	0.2387
	Al 95 %	0.4679
	Al 99 %	0.7162

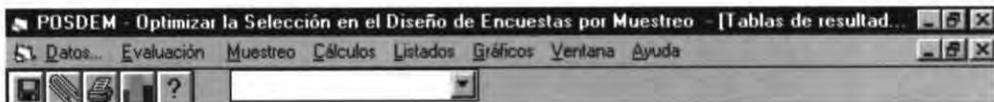
La opción de ficha técnica proporciona diferentes parámetros relativos al método de muestreo seleccionado, dadas las opciones sobre tamaño de muestra y procedimientos de estimación del error, aplicados a una determinada población marco.

Tamaños de población 400 de muestra 40 Núm. de muestras = 150 Error (%) al 95% = 11.1407 %

La ficha técnica nos proporciona, para una determinada población marco, información relativa a la variable de estudio o de control utilizada y otros conceptos asociados al error de muestreo y al nivel de significación. De esta pantalla podemos obtener varias conclusiones sobre el método de selección de muestras elegido. Así, en primer lugar (líneas uno y dos), tenemos la media y la desviación típica que caracterizan una determinada población. En las dos líneas siguientes tenemos el error cuadrático medio del estimador de la media (línea tres) y del estimador de la varianza (línea cuatro), cuya raíz cuadrada es el error de muestreo que multiplicada por el percentil correspondiente a determinado nivel de significa-

ción nos proporcionaría la cota de error. El valor esperado del estimador (líneas cinco y seis) nos proporciona información sobre si el método de estimación es insesgado o no y en qué medida. Cuanto más se distancian estas dos cantidades (línea cinco y uno), mayor será el sesgo de selección o de estimación. Por último el mismo concepto, pero referido al estimador de la varianza, permite cuantificar el sesgo del método de estimación del error en el procedimiento elegido (línea seis frente a tres).

Como última acción podemos obtener el listado de la muestra que se va a investigar junto a sus correspondientes unidades reservas de primer o segundo intento.



Unidades seleccionadas, utilizando muestreo (MASSR) Aleatorio Simple Sin Reposición	1 º Aleatorio de selección = 92	2 º Aleatorio de selección = 33	3 º Aleatorio de selección = 19
Cota de error al 95% 0.4679	Unidades seleccionadas	Unidades reservas	Unidades reservas
Identificación de la unidad ( 1 )	292	234	198
Identificación de la unidad ( 2 )	190	242	373
Identificación de la unidad ( 3 )	286	271	90
Identificación de la unidad ( 4 )	6	299	187
Identificación de la unidad ( 5 )	290	247	218
Identificación de la unidad ( 6 )	278	385	132
Identificación de la unidad ( 7 )	280	197	243
Identificación de la unidad ( 8 )	154	361	330

La opción Listados: Obtención de muestra a investigar proporciona los identificadores de las unidades poblacionales que han sido seleccionadas para pertenecer a una determinada muestra. Se proporcionan también las unidades a investigar para el caso de ausencias, negativas o ilocalizables.

Tamaños de población 400 de muestra 40 Núm. de muestras = 150 Error (%) al 95% = 11.1407 %

## EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANDO EL ORDEN DE LA POBLACIÓN ES ALEATORIO

Este análisis anterior está basado en una única población marco resultado de una determinada realización. En este caso las notas de un curso para y por un determinado profesor. En estos datos puede haber movimientos aleatorios: si se hicieran las pruebas de otra forma o si un alumno tuviera otro grado de inspiración, éste habría podido tener casi con total certeza otro resultado. Damos por válido que, en conjunto, la estructura y las características básicas de esta población no variarán de forma muy acusada por este elemento aleatorio. No obstante vamos a comprobar qué ocurre cuando se introducen métodos de selección sistemáticos sobre una

población generada por un mecanismo aleatorio.

Tal y como hemos visto en el decálogo utilizado como protocolo, podemos introducir en el análisis una combinación de diferentes esquemas de muestreo. Para simplificar optamos por observar el comportamiento del muestreo aleatorio sin reposición, sistemático con intervalo constante y centrado equilibrado, todos ellos con un estimador de simple expansión y orden de la población aleatorio. Desde el módulo de superpoblación obtenemos la ecuación que representa esta población que, en este caso, será una recta paralela al eje de abscisas y calculamos el error cuadrático medio del estimador para un conjunto de dos poblaciones finitas. Es fácil observar que la ordenación de los resultados es diferente según la

población a la que se han aplicado; esto es especialmente relevante en el método centrado. Es decir, una determinada composición de los valores de la población, un valor anómalo o la aleatoriedad introducida de forma explícita pueden dar lugar a que métodos en principio similares entre sí proporcionen resultados diferentes. Para evitar este efecto podemos ampliar el número de realizaciones y observar cómo la media del error cuadrático, la esperanza respecto del modelo del error cuadrático medio del estimador, tiende a converger hacia el valor del muestreo sin reposición. No obstante también se observa que el método centrado presenta una cierta inestabilidad caracterizada por una mayor varianza del error cuadrático respecto del modelo. Esto lleva a que bajo este método se pueden presentar resultados sujetos a movimientos erráticos.

Un análisis similar al realizado, considerando un orden de la población aleatorio, puede repetirse introduciendo un efecto de estratificación como resultado de ordenar la población de acuerdo a una variable auxiliar que permita clasificar la población en  $k=N/n$  grupos que sean significativamente diferentes entre ellos. Cuanto mayor sea esta diferencia, mayor será la ganancia en precisión obtenida al ordenar o subestratificar la población por este criterio.

## CONCLUSIÓN

En el diseño de encuestas son técnicas habituales, por la ventaja que suponen en cuanto a conseguir una mayor precisión de las estimaciones, la estimación por el método de la razón, la selección con probabilidades desiguales o el muestreo sistemático. No obstante, todas ellas pueden presentar distorsiones importantes si las variables utilizadas para mejorar la selección presentan un comportamiento inconveniente. Por tanto, analizar la in-

formación contenida en el marco de la encuesta permite mejorar la precisión utilizando métodos de muestreo adaptados a la estructura poblacional analizada.

Determinar qué método puede ser preferible a otro con los datos de una única población marco puede dar lugar a selecciones de métodos de muestreo erróneos. Así es necesario analizar la población bajo el enfoque de los modelos de superpoblación, esto es asignando a la población marco un determinado grado de aleatoriedad e introduciendo el mismo en el modelo de selección de métodos.

Investigadores o estudiantes, no necesariamente expertos en muestreo, pueden utilizar POSDEM para evaluar los métodos de muestreo sistemáticos o con probabilidades proporcionales al tamaño que mejor se adapten al marco de una investigación determinada. Este software se puede usar en proyectos de investigación, con fines educativos y en el trabajo de campo de encuestas por muestreo. Incorpora en un programa de ordenador un conocimiento experto sobre una técnica estadística que en muchas ocasiones se encuentra lejos del área de interés del investigador pero que resulta crucial para que sus inferencias sean precisas.

## BIBLIOGRAFÍA

- BELLHOUSE, D. R. y RAO, J. N. K.: «Systematic sampling in the presence of a trend», en *Biometrika*, 62 (1975), pp. 694-697.
- BIEHLER, R.: «Software for learning and doing statistics», en *International Statistics Review* (1997), pp. 167-189.
- COCHRAN, W. G.: *Sampling Techniques*. New York, Wiley, 3.ª ed., 1977, p. 205.
- MURTHY, M. N.: *Sampling theory and Methods*. Calcutta, Statistical Publishing Society, 1967, p. 127.

- KRISHNAIAH, P. R. y RAO, C. R.: *Sampling Handbook of Statistics*. North-Holland, 1988, p. 131.
- SÁNCHEZ-CRESPO, J. L.: «A sampling Scheme with Partial Replacement», en *Journal Official Statistics*, 13, 4 (1997), pp. 327-339.
- SÁNCHEZ-CRESPO BENÍTEZ, G.: «Muestreo sistemático con intervalo variable», en *Estadística Española*, 143 (1998), pp. 2-32.
- SÁNCHEZ-CRESPO BENÍTEZ, G.; LEZCANO LASTRA, A.: «POSDEM», en *Revista Electrónica de Metodología Aplicada*, 4, 2 (1999), pp. 12-36.