

EVALUACIÓN PARA DETERMINAR LA CORRESPONDENCIA DE LOS TÍTULOS OFICIALES DE ARQUITECTURA, INGENIERÍA, LICENCIATURA, ARQUITECTURA TÉCNICA, INGENIERÍA TÉCNICA Y DIPLOMATURA A LOS NIVELES DEL MARCO ESPAÑOL DE CUALIFICACIONES PARA LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Denominación del Título objeto de correspondencia	Licenciado en Matemáticas
Legislación Reguladora	Real Decreto 1416/1990

En la fecha que se indica, la Presidencia de la Comisión de Rama de Ciencias, elevó al Director de la Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y de la Acreditación la siguiente propuesta de informe de evaluación para determinar la correspondencia al nivel del Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior (MECES) del título arriba mencionado; en la misma fecha, la Dirección de la Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y de la Acreditación, de acuerdo con lo dispuesto en el artículo 21.1 del Real Decreto 967/2014, de 21 de noviembre, aprueba la propuesta de informe elaborada por la Comisión de Rama de Ciencias y ordena el envío de este informe a la Dirección General de Política Universitaria.

1. Objeto

El presente informe tiene por objeto estudiar la correspondencia del título oficial de Licenciado en Matemáticas con los niveles del MECES establecidos en el artículo 4 del RD1027/2011.

Este informe ha sido elaborado a partir de la propuesta de informe realizada por una subcomisión designada por ANECA compuesta por cuatro miembros:

Antonio Campillo López, Catedrático de Álgebra en la Universidad de Valladolid, Presidente del Comité Español de Matemáticas desde 2010. Es Licenciado y Doctor en Matemáticas por la Universidad de Valladolid. Como presidente en aquel momento de la Conferencia de Decanos de Matemáticas, y Decano de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Valladolid, coordinó la redacción del Libro Blanco de Matemáticas. Anteriormente había sido director del Departamento de Álgebra de la Universidad de Sevilla y del de Álgebra, Geometría y Topología de la Universidad de Valladolid. Desde 2009 es presidente de la Real Sociedad Matemática Española, cuya Comisión Científica presidió entre 2003 y 2007. Investigador en Álgebra Conmutativa y Geometría Algebraica, con especial énfasis en la Teoría de Singularidades, ha dirigido o co-dirigido 14 tesis doctorales y ha sido investigador principal de numerosos proyectos de investigación internacionales, nacionales y autonómicos. Ha sido autor y editor de 6 libros de investigación y ha publicado más de 60 artículos en revistas de prestigio internacional y alrededor de 20 capítulos de libros. Ha participado en numerosos comités científicos y comisiones de la ANEP, CNEAI y Planes Nacionales de Investigación.

Carme Cascante Canut, Profesora Titular de Análisis Matemático en la Universidad de Barcelona, Decana de la Facultad de Matemáticas de dicha universidad y Presidenta de la Conferencia de Decanos de Matemáticas. Es licenciada por la UB y Doctora en Matemáticas por la UAB. Ha realizado estancias postdoctorales en la Universidad de Wisconsin-Madison y en la Universidad de Tsukuba. Investigadora en Análisis Matemático con más de 30 artículos publicados en revistas de prestigio internacional, ha

participado en diversos proyectos de investigación nacionales y autonómicos, siendo investigadora principal de un grupo de investigación consolidado de la Generalitat de Catalunya.

Miguel Ángel Martínez Vidal, del Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado, Subdirector General de Estadísticas de la Población en el Instituto Nacional de Estadística. Es Licenciado en Matemáticas, especialidad en Estadística e Investigación Operativa, por la Universidad de Granada. Su trayectoria profesional ha transcurrido en el Instituto Nacional de Estadística donde ha sido Subdirector General Adjunto de Recogida de Datos de Población y Hogares y Subdirector General de Informática. Entre los proyectos que son de su responsabilidad actual se incluye la elaboración de la clasificación nacional de educación y la clasificación por sectores de estudio. Es representante del INE en el Consejo Ejecutivo de la Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa. Ha sido profesor asociado en la Universidad Carlos III de Madrid y profesor tutor en la UNED.

Adolfo Quirós Gracián, Profesor Titular de Álgebra en la Universidad Autónoma de Madrid, presidente de la subcomisión. Es Licenciado en Matemáticas por la UAM y Doctor en Matemáticas por la University of Minnesota. Ha sido profesor visitante en la Université de Rennes y en el IHES de París y miembro del Grupo de Matemáticas de los proyectos Tuning Educational Structures in Europe y Tuning Latin America de la Unión Europea. Participó en la redacción del Libro Blanco de Matemáticas y coordinó el estudio sobre la adaptación al EEES de los títulos de Matemáticas y Estadística de la Comunidad de Madrid. Fue asesor de la Dirección General de Universidades del MECyD y actualmente participa en los programas de Verificación de la ACSUCYL y en el programa DOCENTIA de la UAM. Investigador en Geometría Algebraica y Teoría de Números asociado a diversos proyectos de investigación nacionales y europeos, ha sido Investigador Principal en un proyecto sobre criptografía en el ámbito industrial.

El informe que se propone se ha dividido en cuatro apartados y un anexo. En ellos se recogen y analizan los factores que pueden determinar la correspondencia.

- Este primer apartado corresponde al objeto del informe.
- En el segundo apartado, con la finalidad de contextualizar los antecedentes, se presenta una breve reseña histórica sobre los estudios de Licenciado en Matemáticas.
- El tercer apartado recoge, en varios subapartados, el estudio de la correspondencia con el nivel 3 del MECES a partir del análisis de los siguientes factores: la formación adquirida mediante los estudios de Matemáticas anteriores y posteriores al Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) (subapartado 3.1), los efectos académicos de ambos tipos de títulos (subapartado 3.2) y los indicadores susceptibles de aportar indirectamente juicios externos relevantes sobre la correspondencia (subapartado 3.3).
- En el cuarto apartado se establecen las conclusiones.
- Finalmente, se aporta un anexo con la relación de normas y documentos consultados.

2. Antecedentes: los estudios de Licenciado en Matemáticas

En este apartado se describen los estudios de Matemáticas anteriores a la entrada en vigor del EEES.

Las Matemáticas inician en España su andadura como estudios diferenciados en 1857 con la creación, por la llamada Ley Moyano, de las Facultades de Ciencias como entes separados de las de Filosofía. La Ley organiza las nuevas Facultades en tres secciones: Ciencias físico-matemáticas, Ciencias químicas y Ciencias naturales. Los tres primeros años de estudio otorgan el título de Bachiller en Ciencias que permite acceder a los estudios especializados de Licenciatura de dos años de duración. Como consecuencia, en septiembre de 1858 se aprueba el primer Plan de Estudios de la Licenciatura en Ciencias Exactas.

Tras diversos retoques a lo largo del siglo XIX, los estudios de Matemáticas se consolidan en 1900, cuando se crea en las Facultades de Ciencias una sección específica de Exactas y entra en vigor el conocido como Plan García Alix que establece una Licenciatura en Ciencias Exactas de cuatro años de duración. Dicha Licenciatura sólo se podía estudiar completa en tres universidades: las de Barcelona, Madrid y Zaragoza. De hecho la cuarta Licenciatura en Exactas no aparece hasta 1959, en la Universidad de Santiago de Compostela. A partir de esa fecha los estudios de Matemáticas se implantan en diversas universidades hasta llegar a las 25 que ofertaban la Licenciatura en Matemáticas cuando entra en vigor la actual normativa que rige los estudios universitarios adaptados al EEES.

Volviendo a los planes de estudios, y utilizando como ejemplos los de la Universidad de Madrid (llamada en muchos periodos Central y actualmente Universidad Complutense) por ser la única que desde 1858 ha ofrecido de manera ininterrumpida estudios de matemáticas, el de la Licenciatura en Ciencias Exactas establecido en 1900 fue modificado en 1928, 1930 y 1931.

En 1943 los planes de estudios cambian notablemente: las Licenciaturas pasan a durar cinco años y, en el caso de la Sección de Matemáticas, nombre que adopta la antigua de Exactas, es el primer plan que podríamos considerar como "moderno", en el sentido de que incorpora todos los principales campos de las matemáticas incluida por primera vez la Probabilidad. La Estadística, hasta entonces optativa, pasa a ser obligatoria, y aparecen como optativas la Geometría Algebraica, la Topología y la Teoría de Números.

En 1953 el Boletín Oficial del Estado publica nuevos Planes de Estudios que, en el caso de la Licenciatura de Matemáticas, contiene una importante novedad: se fijan trece asignaturas, pero se permite a cada Facultad determinar las otras seis. Este Plan, en el caso de la Universidad de Madrid, es reformado en 1964 incorporando otro cambio significativo: los cursos 4º y 5º se organizan en tres ramas, Matemática pura, Matemática aplicada (con especialidades de Análisis numérico, Física matemática, Astronomía y Estadística) y Metodología y Didáctica. En 1970 se desdoblan la especialidad de Estadística en Estadística por un lado e Investigación Operativa por otro, y la especialidad de Astronomía en Astronomía y Geodesia, y se incorpora una nueva especialidad de Cálculo Automático a las Licenciaturas en Física y Matemáticas.

Ese mismo año 1970 se aprueba la Ley General de Educación. Entre los muchos cambios que incorpora esta ley fundamental en la historia reciente de la educación en España está que, por primera vez, se otorga a las propias universidades la responsabilidad de elaborar sus planes de estudios. El Ministerio de Educación y Ciencia, que refrendará dichos planes, marca unas directrices generales sobre la estructura (tres ciclos de estudios universitarios, número de cursos que componen los dos primeros, cantidad máxima de asignaturas por año), pero no sobre los contenidos. Otra novedad es que se establece que determinadas enseñanzas de primer ciclo concluirán con los títulos de Diplomado, Arquitecto Técnico o Ingeniero Técnico, correspondiendo los

títulos de Licenciado, Ingeniero y Arquitecto a enseñanzas con dos ciclos. En aplicación de esta nueva regulación se aprueba en 1974 el plan de estudios del primer ciclo de la Facultad de Ciencias de la ya llamada (desde 1971) Universidad Complutense, incluida la ahora llamada División de Matemáticas.

En 1976 el Ministerio publica una orden con las directrices para la elaboración de los planes de estudios de los segundos ciclos de las Facultades. Aprovechando otra de las potestades que la Ley General de Educación atribuía a las universidades, la Complutense, había acordado en 1974 dividir su Facultad de Ciencias. La nueva Facultad de Matemáticas decide, en lugar de definir un plan de estudios para el segundo ciclo, crear un nuevo plan de estudios completo para el nuevo título de Licenciado en Ciencias Matemáticas. Ese Plan de 1977 es el primero que no hace ya mención a la Facultad de Ciencias. Pero, en una adaptación de la antigua organización de dicha Facultad, el plan de estudios del segundo se organiza también en secciones: Matemática Fundamental; Estadística e Investigación Operativa (con las especialidades de Estadística y de Investigación Operativa); Ciencias de la Computación; Astronomía, Mecánica y Geodesia (con las especialidades de Mecánica y de Astronomía y Geodesia); y Metodología y Didáctica de las Matemáticas

En este momento conviene señalar que algunas universidades hicieron como la Complutense y crearon Facultades de Matemáticas mientras que otras conservan todavía hoy Facultades de Ciencias, por lo que convivieron títulos de Licenciatura en el ámbito de las Matemáticas con dos nombres. También con la Ley General de Educación acabó la uniformidad en los títulos, que en ocasiones tenían, como en la Complutense, especialidades (en número variable) y en otras no.

En 1983 la Ley de Reforma Universitaria supone otro profundo cambio para las universidades españolas. Como parte de su desarrollo normativo se publica el Real Decreto 1497/1987, por el que se establecen directrices generales comunes de los planes de estudios de los títulos universitarios de carácter oficial. Este Real Decreto indica que la actividad docente se medirá en créditos y que los planes de estudios se estructurarán en materias troncales comunes a todos los planes de una misma titulación, materias no troncales (con asignaturas obligatorias y optativas) establecidas por cada universidad, y créditos de libre elección por el alumno.

El RD1497/1987 creó también el Catálogo de los Títulos Universitarios Oficiales, y para cada titulación incluida en el mismo (que podía ser de primer ciclo, de primer y segundo ciclo, o sólo de segundo ciclo) se publicó el correspondiente real decreto de directrices generales propias que establecía su duración mínima en créditos, así como los contenidos y extensión mínima en créditos de las materias troncales. Estos contenidos troncales garantizaban la existencia de un tronco común para todos los planes de estudios conducentes a un mismo título, dando a la vez la posibilidad a las universidades de adaptarlos a sus características específicas.

En el caso de la Licenciatura en Matemáticas este Real Decreto de directrices generales propias fue el 1416/1990, de 26 de octubre. Con pequeñas modificaciones debidas a cambios legislativos esta es la norma que ha regido los títulos de Licenciado en Matemáticas hasta que se ha producido la adaptación de los estudios universitarios españoles al EEES. Como además el Real Decreto 1954/1994, de 30 de septiembre, homologó tanto el título de Licenciado en Ciencias (Sección Matemáticas) como el título de Licenciado en Ciencias Matemáticas, en todas sus especialidades, al título de Licenciado en Matemáticas del Catálogo, este documento se referirá a partir de ahora cuando hable de títulos de Licenciado en Matemáticas únicamente a los regulados por el Real Decreto 1416/1990. Como se ha señalado anteriormente, el título estaba implantado en 25 universidades y no contemplaba especialidades, aunque se podían definir perfiles de formación.

El RD 1416/1990 estableció para los estudios conducentes al Título de Licenciado en Matemáticas una carga lectiva mínima de 300 créditos, de los que 108 eran troncales. La distribución por materias se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1. Materias troncales del título de Licenciado en Matemáticas establecidas en el RD1416/1990 (se indica el número de créditos)		
Materia	Contenido	Créditos
Primer ciclo:		
Algebra y Geometría.	Algebra lineal y multilineal. Geometría afín y proyectiva. Elementos de Geometría diferencial y Topología.	20
Análisis Matemático.	Análisis de una y varias variables reales. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Elementos de variable compleja.	20
Informática.	Algoritmos. Estructura de datos. Lenguajes de programación. Aplicaciones a las Matemáticas.	9
Métodos Numéricos.	Resolución de ecuaciones lineales y no lineales.	10
Probabilidades y Estadística.	Modelos probabilísticos. Variables aleatorias. Convergencia de sucesiones de variables aleatorias. Inferencia estadística. Modelos lineales.	10
Segundo ciclo:		
Algebra.	Estructuras algebraicas.	9
Análisis Matemático.	Ecuaciones diferenciales. Variable compleja. Análisis funcional.	18
Cálculo Numérico.	Métodos de integración. Resolución de ecuaciones diferenciales.	9
Geometría y Topología.	Variedades diferenciales. Topología.	9
Total:		114

La mayoría de las universidades organizaron el plan de estudios en cinco años, aunque algunas optaron por hacerlo en cuatro sin merma de los resultados de aprendizaje ya que en todos los casos la carga lectiva era de al menos 300 créditos. Todas ellas ampliaron algo los créditos de las materias troncales, añadieron materias obligatorias, y completaron los 300 créditos (o pocos más) con materias optativas que se solían cursar en el segundo ciclo y tenían carácter especializado.

En la siguiente tabla, a modo de ejemplo, se presenta la distribución de créditos del título de Licenciado en Matemáticas de cuatro universidades que, en su conjunto, se consideran representativas de estos estudios. Tres de ellas, Cantabria, Santiago de

Compostela y Sevilla, organizaron el plan de estudios en 5 años; la otra, Autónoma de Barcelona, es una de las que optó por un plan de 4 años.

Tabla 2. Ejemplo de títulos de Licenciado en Matemáticas adaptados al RD1416/1990 (se indica el número de créditos)				
	UAB	UC	USC	US
Troncales	135	127,5	155	126
Obligatorios	93	96	64,5	57
Optativos	42	51	50,5	87 (45+42)*
Libre Configuración	30	31,5	30	30
Total	300	306	300	300

* La US estableció 45 créditos optativos en el primer ciclo y 42 en el segundo.

Se debe recordar que en las enseñanzas previas a la implantación del EEES, un crédito venía definido esencialmente en términos de horas presenciales. Así, el Real Decreto 1497/1987 establecía que un crédito "*Corresponderá a diez horas de enseñanza teórica, práctica o de sus equivalencias*". Posteriormente el Real Decreto 779/1998 flexibilizó esta definición, diciendo que un crédito "*Corresponderá a diez horas de enseñanza teórica, práctica o de sus equivalencias, entre las que podrán incluirse actividades académicas dirigidas*". Así mismo señalaba que "*En ningún caso, salvo que se trate de enseñanzas en Universidades a distancia, el porcentaje del crédito correspondiente a las actividades académicas dirigidas será superior al 30 por 100*".

Por otra parte, el sistema de educación superior adaptado al EEES se articula sobre la base de créditos ECTS, definidos en el Real Decreto 1125/2003. Los créditos ECTS miden el número de horas totales de trabajo que el estudiante debe dedicar para superar la materia, de tal forma que un crédito ECTS es un número fijo de horas de trabajo, decidido por cada universidad, pero comprendido entre 25 y 30 horas. En esas horas está incluido el tiempo de actividades presenciales (clase, prácticas, exámenes) y el tiempo de estudio y trabajo personal. El porcentaje de actividades presenciales frente a las no presenciales no lo indica el Real Decreto, aunque en los títulos del ámbito de las Matemáticas oscila entre el 30% y 40%. Asimismo, en los títulos de nivel de máster del ámbito de la Matemáticas un crédito ECTS se corresponde aproximadamente a entre 6 y 10 horas de actividades presenciales.

3. Análisis de la correspondencia con el nivel 3 del MECES

Este apartado analiza, de acuerdo con lo indicado en el artículo 22 del RD 967/2014, los tres factores principales utilizados para determinar la correspondencia del título oficial de Licenciado en Matemáticas con el nivel 3 del MECES, que se concretan en:

- la formación adquirida con los planes de estudios de dicho título (subapartado 3.1);
- el acceso a los estudios de doctorado (subapartado 3.2);
- comparación con el contenido de los estudios de máster en este ámbito en algunas universidades internacionales de referencia (subapartado 3.3).

3.1. Formación adquirida

Para establecer si la formación otorgada por el título oficial de Licenciado en Matemáticas anterior al EEES se corresponde con el nivel 3 del MECES, se han comparado las directrices generales propias de los planes de estudios de estos títulos establecidas por el Real Decreto 1416/1990, con los contenidos formativos de algunos títulos de máster en el ámbito de las matemáticas, tanto títulos oficiales españoles como otros impartidos en prestigiosas universidades extranjeras.

En definitiva, lo que se pretende es identificar en los planes de estudios de Licenciado en Matemáticas contenidos formativos de nivel de Máster, con el fin de justificar su correspondencia. Se identificará, por tanto, qué contenidos del título de Licenciado en Matemáticas se encuentran en el Grado en Matemáticas y cuáles son impartidos en másteres de diferentes universidades. Esta comparación se realiza tanto para las materias troncales como para las optativas de los cuatro títulos de Licenciado en Matemáticas que se consideran representativos del conjunto.

3.1.1. Correspondencia de contenidos.

Las Directrices Generales Propias establecieron para los títulos de Licenciado en Matemáticas un mínimo de 300 créditos. En este apartado se determina qué contenidos troncales u optativos de los títulos de Licenciado en Matemáticas se corresponden con materias que se imparten actualmente en los másteres en el ámbito de las matemáticas de las universidades españolas. Posteriormente (subapartado 3.3) se realizará una comparación similar con títulos de máster de universidades extranjeras.

Respecto a las materias troncales.

Si se analizan las recomendaciones que figuraban en el Libro Blanco de Matemáticas, y que siguieron esencialmente a la hora de diseñar sus títulos de Grado la totalidad de las universidades españolas que impartían la Licenciatura en Matemáticas (todas ellas habían participado en la redacción del Libro Blanco), encontramos que los contenidos troncales del primer ciclo de la Licenciatura y los de la materia Álgebra del segundo ciclo son de nivel de Grado, pero no sucede lo mismo con la mayor parte de los restantes contenidos troncales del segundo ciclo de la Licenciatura. A continuación se muestra una tabla por cada una de las cuatro universidades que se han tomado como ejemplo y se identifica el número de créditos de nivel de Máster. Como puede observarse, había entre 27 y 33 créditos troncales con este nivel de Máster.

Tabla 3. Contenidos troncales con nivel de Máster en el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Barcelona

Contenidos	Asignaturas Licenciatura (créditos)	Asignaturas máster
Materia: Análisis Matemático Contenido: Análisis Funcional	Análisis Real y Funcional (9)	Elementos de Análisis Funcional
Materia: Análisis Matemático Contenido: Ecuaciones Diferenciales	Análisis de Fourier y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales (9)	Ecuaciones en Derivadas Parciales
Materia: Cálculo Numérico Contenido: Resolución de Ecuaciones Diferenciales	Cálculo Numérico (9)	Tratamiento Numérico de las Ecuaciones en Derivadas Parciales
Materia: Geometría y Topología Contenido: Variedades Diferenciales	Geometría de Variedades (6)	Geometría de Variedades
Total crédito troncales de licenciatura con nivel de máster	33	

Tabla 4. Contenidos troncales con nivel de Máster en el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad de Cantabria

Contenidos	Asignaturas Licenciatura (créditos)	Asignaturas máster
Materia: Análisis Matemático Contenido: Análisis Funcional	Análisis Funcional (7,5)	Análisis Funcional
Materia: Análisis Matemático Contenido: Ecuaciones Diferenciales	Ecuaciones en Derivadas Parciales I (7,5)	Ecuaciones en Derivadas Parciales en Ciencia e Ingeniería
Materia: Cálculo Numérico Contenido: Resolución de Ecuaciones Diferenciales	Cálculo Numérico III (9)	Computación en Ecuaciones Diferenciales
Materia: Geometría y Topología Contenido: Variedades Diferenciales	Geometría Diferencial (9)	Temas de Geometría y Topología
Total crédito troncales de licenciatura con nivel de máster	33	

Tabla 5. Contenidos troncales con nivel de Máster en el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad de Santiago de Compostela

Contenidos	Asignaturas Licenciatura (créditos)	Asignaturas máster
Materia: Análisis Matemático Contenido: Análisis Funcional	Análisis Funcional en Espacios de Banach (7,5)	Análisis Funcional
Materia: Análisis Matemático Contenido: Ecuaciones Diferenciales	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (6)	Ecuaciones diferenciales Ordinarias/Sistemas Dinámicos
Materia: Cálculo Numérico Contenido: Resolución de Ecuaciones Diferenciales	Cálculo Numérico (9,5)	Métodos Numéricos para Ecuaciones en Derivadas Parciales
Materia: Geometría y Topología Contenido: Variedades Diferenciales	Geometría y Topología (9,5)	Geometría y Topología de Variedades
Total crédito troncales de licenciatura con nivel de máster	32,5	

Tabla 6. Contenidos troncales con nivel de Máster en el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad de Sevilla

Contenidos	Asignaturas Licenciatura (créditos)	Asignaturas máster
Materia: Análisis Matemático Contenido: Análisis Funcional	Análisis Funcional (4,5)	Análisis Real y Complejo. Análisis Funcional
Materia: Análisis Matemático Contenido: Ecuaciones Diferenciales	Ecuaciones en Derivadas Parciales y Análisis Funcional (9)	Análisis funcional y Ecuaciones en Derivadas Parciales
Materia: Cálculo Numérico Contenido: Resolución de Ecuaciones Diferenciales	Cálculo Numérico III (9)	Análisis Numéricos de las Ecuaciones en Derivadas Parciales
Materia: Geometría y Topología Contenido: Variedades Diferenciales	Variedades Diferenciables (4,5)	Geometrías Riemanniana y Lorentziana
Total crédito troncales de licenciatura con nivel de máster	27	

Respecto a las asignaturas optativas.

A la vista de su número y diversidad, no procede incluir aquí todas las asignaturas optativas que ofertaban en segundo ciclo las cuatro universidades. Sin embargo, para una muestra significativa de ellas, en la siguiente tabla se recogen las asignaturas que, con contenidos similares, ofrecen los másteres actuales impartidos en la misma u otras de las cuatro universidades seleccionadas. La tabla indica que las asignaturas optativas incluidas en los segundos ciclos de las Licenciaturas en Matemáticas de las universidades españolas tenían, en su gran mayoría, nivel de Máster.

Hay que hacer notar que no debe interpretarse la tabla como una correspondencia universidad a universidad, sino global. Por ejemplo, aparecían asignaturas optativas de Topología Algebraica (con ese nombre u otros como Homotopía o (Co) Homología Singular) en las cuatro Licenciaturas, aunque ahora ya sólo se oferta en el Máster de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Tabla 7. Asignaturas optativas con nivel de Máster en los título de Licenciado en Matemáticas de las cuatro universidades representativas (1/2)

Optativas Licenciatura	Máster UAB	Máster UC	Máster USC	Máster US
Álgebra Computacional		Computación Simbólica		Cálculo Simbólico
Álgebra Conmutativa			Álgebra Conmutativa	Elementos de Álgebra Avanzada
Estadística y Finanzas	Estadística Multivariante y de Valores Extremos		Modelos Matemáticos en Finanzas	
Física Matemática			Métodos Matemáticos de la Física	
Geometría Algebraica	Variedades Algebraicas		Geometría Algebraica	Curvas Algebraicas
Grupos de Lie				Matemática Discreta y Teoría de Lie
Mecánica Celeste			Astrodinámica	
Métodos Matemáticos de la Mecánica del Continuo			Modelos Matemáticos en Mecánica de Medios Continuo	

Probabilidades y Procesos Estocásticos /Procesos Estocásticos	Procesos Estocásticos Aplicados		Probabilidad y Procesos Estocásticos	
Programación Lineal y Entera		Optimización Combinatoria	Programación Lineal Entera	

Tabla 7. Asignaturas optativas con nivel de Máster en los título de Licenciado en Matemáticas de las cuatro universidades representativas (2/2)

Optativas Licenciatura	Máster UAB	Máster UC	Máster USC	Máster US
Sistemas Dinámicos	Modelización determinista			
Teoría de Control		Optimización y Control de Sistemas		
Teoría de Juegos			Introducción a la Teoría de Juegos	Modelos Avanzados de la Investigación Operativa
Teoría de Números Algebraicos		Teoría Algebraica de Números		Teoría de Números y Criptografía
Topología Algebraica	Homotopía y (Co)-Homología			

3.1.2. Correspondencia en la carga horaria y duración de los estudios.

En cuanto a la duración de los estudios, los títulos de Licenciado anteriores al EEES deben compararse con el conjunto de grado de acceso y máster. El Real Decreto 1393/2007, modificado por el RD861/2010, fijaba en 240 el número total de créditos ECTS de los títulos de grado y entre 60 y 120 el de los títulos de máster. En consecuencia, los planes de estudios del grado de acceso y del máster sumados no pueden en estos momentos tener una duración menor de 300 ECTS.

El Real Decreto 43/2015, de 2 de febrero, que ha modificado el anterior, establece que los títulos de Grado tendrán entre 180 y 240 ECTS, así como que "en los casos en que una titulación de Grado tenga menos de 240 créditos, las Universidades arbitrarán mecanismos que complementen el número de créditos de Grado con el número de créditos de Máster". También establece que el acceso a los estudios de doctorado requerirá haber superado, al menos, 300 créditos ECTS en el conjunto de las enseñanzas de grado y máster.

Por otra parte, la carga lectiva de los títulos de Licenciado en Matemáticas regulados por el Real Decreto 1416/1990 era de al menos 300 créditos, sin que la organización del plan de estudios en cuatro o cinco años mermase los resultados de aprendizaje. Como ya se ha señalado, ésta es también la carga lectiva correspondiente con carácter general a un grado más máster.

Resta por tanto discriminar cuántos de los 300 créditos de la Licenciatura en Matemáticas eran de nivel de máster. De lo expuesto en el apartado 3.1.1 podemos concluir que las Licenciaturas en Matemáticas de las cuatro universidades incluían, como mínimo, los siguientes créditos de nivel Máster:

Tabla 8. Número total de créditos nivel de Máster en los título de Licenciado en Matemáticas, diferenciados entre troncales y optativos				
	UAB	UC	USC	US
Troncales	33	33	32,5	27
Optativos totales de 2º Ciclo	42	51	50,5	42
Total	74	84	83	69

Incluso si alguna de las optativas ofertadas en algunas de las universidades españolas no tuviese realmente el nivel de Máster, el margen que muestran los ejemplos, junto al hecho de que no se han considerado las asignaturas obligatorias de segundo ciclo, que también eran de nivel Máster en muchos casos, permiten asegurar que los estudios de Licenciado en Matemáticas en las universidades españolas incluían, al menos, 60 créditos de nivel de Máster.

Teniendo en cuenta que, de acuerdo con el RD1497/1987 y su modificación por el RD779/1998, cada uno de estos créditos suponían entre 7 y 10 horas de actividades presenciales, y que en los másteres en el ámbito de las matemáticas cada crédito ECTS supone entre 6 y 10 horas de actividades presenciales, se puede concluir que los poseedores de un título oficial de Licenciado en Matemáticas han cursado el equivalente, como mínimo, de 60 créditos ECTS de nivel de Máster.

3.1.3. Correspondencia de las competencias

Al no dar acceso a profesiones reguladas no se han establecido con carácter normativo competencias para los másteres oficiales en el ámbito de las Matemáticas. Por otra parte, tampoco estaban definidas explícitamente competencias a adquirir para la Licenciatura en Matemáticas. No obstante la correspondencia en el nivel de formación que se ha establecido en los apartados anteriores, y en particular el hecho de que los Licenciados en Matemáticas han accedido sin dificultad al mercado laboral y a estudios de doctorado en universidades españolas y extranjeras permiten concluir que han adquirido competencias específicas al mismo nivel que las que logran quienes completan un máster en el ámbito de las Matemáticas.

Los siguientes datos de empleo sustancian la adquisición de estas competencias por parte de los titulados anteriores al EEES en el ámbito de las Matemáticas y la Estadística, entre quienes se encuentran los Licenciados en Matemáticas.

- **Tasas de empleo por sector del nivel de formación alcanzado.** La tasa es del 74,04% para quienes tienen formación en Matemática y Estadística, siendo el

sector con la tercera mejor tasa, muy próxima a los dos primeros sectores (Ciencias de la Vida, 75,78%, e Informática, 74,37%). *Fuente: Encuesta de Población Activa para 2013 (última para la que están publicados los datos completos).*

- **Tasas de paro por sector del nivel de formación alcanzado.** La tasa para quienes tienen formación en Matemática y Estadística, 6,81%, es la mejor de todos los sectores y está a bastante distancia del siguiente sector con menor tasa de paro (Ciencias de la Vida, 12,40%). *Fuente: Encuesta de Población Activa para 2013 (última para la que están publicados los datos completos).*
- **Tasa de afiliación a la Seguridad Social de los egresados universitarios en el cuarto año por ámbito de conocimiento referida a la cohorte 2009-2010.** La tasa es del 72,2% para quienes tienen formación en Matemática y Estadística, siendo el sector con la segunda mejor tasa, (el primero es Informática, con el 78%). *Fuente: Avance del Estudio de Inserción Laboral de los Estudiantes Universitarios (Secretaría de Estado de Educación, Formación Profesional y Universidades, MECD, octubre 2014).*

Por otra parte, la exitosa inserción laboral de los Licenciados en Matemáticas en campos profesionales distintos de la investigación científica indica que también adquirieron competencias generales similares a las establecidas para el nivel 3 del MECES (nivel de máster) en el Real Decreto 1027/2011.

3.2. Efectos académicos: correspondencia entre requisitos de acceso al doctorado.

Los poseedores del título oficial de Licenciado en Matemáticas obtenido previamente a la entrada en vigor del EEES tenían acceso directo a los programas de doctorado de acuerdo con el Real Decreto 185/1985 y el Real Decreto 778/1998.

En efecto, el acceso a los estudios de doctorado estuvo regulado por el artículo 5.1 del Real Decreto 185/1985, que establecía textualmente: "*Los aspirantes podrán acceder a cualquier programa de doctorado relacionado científicamente con su curriculum universitario y en cualquier Universidad, previa admisión efectuada conforme a lo dispuesto en el apartado siguiente de este artículo. En todo caso deberán estar en posesión del título de Licenciado, Arquitecto o Ingeniero*".

Por su parte, el Real Decreto 778/1998, establecía en su artículo 1.1 un único requisito, adicional al de superar los propios estudios de doctorado, para obtener el título de doctor: "*estar en posesión del título de Licenciado, Arquitecto, Ingeniero o equivalente u homologado*".

Con la introducción del EEES aparece el Real Decreto 56/2005, el Real Decreto 1393/2007, derogado en las enseñanzas de doctorado por el Real Decreto 99/2011, y modificado parcialmente por el Real Decreto 534/2013 y por el Real Decreto 96/2014. La disposición transitoria tercera del Real Decreto 56/2005 contemplaba el acceso a los programas de posgrado de los titulados conforme a sistemas de educación universitaria anteriores al EEES, y establecía que podían ser admitidos a los programas oficiales de posgrado. Asimismo, en su artículo 10, establecía que para la consecución del título de doctor, debía realizarse y defenderse con evaluación positiva la tesis doctoral tras haberse obtenido 60 créditos ECTS, todo ello en programas oficiales de postgrado.

Por lo que respecta a las normas de acceso al periodo de formación de los estudios de doctorado del Real Decreto 1393/2007, ya derogadas, el artículo 19.1 establecía las mismas condiciones que para el acceso a los estudios de máster, acceso que la Disposición adicional cuarta reconocía a todos los poseedores del título de Licenciado, Arquitecto o Ingeniero, autorizando a la vez las universidades a reconocer parte de estos títulos como créditos de los nuevos estudios.

Por su parte, el Real Decreto 99/2011 establece en su artículo 6.2 que tendrán acceso a un programa oficial de doctorado todos los estudiantes poseedores de títulos universitarios que hayan superado un mínimo de 300 créditos ECTS, al menos 60 de los cuales debían ser de nivel de máster. De acuerdo con lo señalado en el apartado 3.1.2, este es el caso en el que se encuentran los Licenciados en Matemáticas con títulos expedidos anteriormente a la entrada en vigor del EEES.

Por último, el Real Decreto 43/2015, de 2 de febrero, indica que el acceso a los estudios de doctorado requerirá haber superado, al menos, 300 créditos ECTS en el conjunto de las enseñanzas de grado y máster.

En consecuencia, y por lo que se refiere a los efectos académicos de acceso al nivel de doctorado, los poseedores del título oficial de Licenciado en Matemáticas siempre han tenido acceso directo a los programas de doctorado, tanto anteriores al EEES como posteriores, incluyendo los actuales. Existe, por tanto, plena correspondencia entre el título oficial de Licenciado en Matemáticas y el nivel 3 del MECES.

3.3. Indicadores externos de ámbito internacional.

A continuación se presenta, para cada una de las asignaturas identificadas en el subapartado 3.1.1 como de nivel Máster, las asignaturas equivalentes de ese nivel que se imparten en tres universidades de referencia mundial en Matemáticas: Harvard University (EEUU), University of Cambridge (Reino Unido) o Université Pierre et Marie Curie-Paris 6 (Francia). Esto confirma que considerar dichas asignaturas de nivel Máster es adecuado.

Tomando en cuenta que Harvard no ofrece estudios específicos de máster en matemáticas, pero se puede obtener el título de Máster mientras se prepara un doctorado, los estudios que hemos utilizado como referencia son:

- Harvard University
 - Graduate Courses in Mathematics.
 - Graduate Courses in Applied Mathematics.
- University of Cambridge
 - Master of Mathematics / Master of Advanced Study.
- Université Pierre et Marie Curie-Paris 6.
 - Master de Sciences et Technologies, Mention Mathématiques et Applications.

Tabla 10. Correspondencia de los contenidos troncales y optativos de los títulos de Licenciado en Matemáticas con asignaturas de máster en universidades extranjeras de referencia (1/2)

Materias Troncales y Optativas Licenciatura	Graduate Courses Harvard	Máster Cambridge	Máster París 6
Materia: Análisis Matemático Contenido: Análisis Funcional		Functional Analysis	Bases d'analyse fonctionnelle
Materia: Análisis Matemático Contenido: Ecuaciones Diferenciales	Ordinary and Partial Differential Equations	Analysis of Partial Differential Equations	Équations aux dérivées partielles
Materia: Cálculo Numérico Contenido: Resolución de Ecuaciones Diferenciales		Numerical Solution of Differential Equations	Bases des méthodes numériques
Materia: Geometría y Topología Contenido: Variedades Diferenciales	Differential Geometry	Differential Geometry	Géométrie différentielle
Álgebra Computacional			Algèbre et Calcul Formel
Álgebra Conmutativa	Commutative Algebra	Commutative algebra	
Estadística y Finanzas			Finance de marché, dérivés et économétrie
Física Matemática		Applications of Differential Geometry to Physics	Géométrie et mécanique
Geometría Algebraica	Algebraic Geometry	Algebraic Geometry	Algèbre géométrique
Grupos de Lie	Lie Groups and Lie Algebras	Lie algebras and their representations	Groupes et algèbres de Lie
Mecánica Celeste		Planetary System Dynamics	

Tabla 10. Correspondencia de los contenidos troncales y optativos de los títulos de Licenciado en Matemáticas con asignaturas de máster en universidades extranjeras de referencia (2/2)

Materias Troncales y Optativas Licenciatura	Graduate Courses Harvard	Máster Cambridge	Máster París 6
Métodos Matemáticos de la Mecánica del Continuo	Computational Modeling of Fluids and Soft Matter		Introduction à la mécanique des milieux continus
Probabilidades y Procesos Estocásticos /Procesos Estocásticos	Probability and Random Processes with Economic Applications		Processus de Markov
Programación Lineal y Entera	Introduction to Optimization: Models and Methods		Combinatoire et optimisation
Sistemas Dinámicos	Dynamical Systems		Théorie des systèmes dynamiques
Teoría de Control			Contrôle Optimal, Calcul des Variations
Teoría de Juegos		Mathematics of Operational Research	Optimisation et jeux
Teoría de Números Algebraicos	Algebraic Number Theory	Algebraic Number Theory	Théorie algébrique des nombres
Topología Algebraica	Algebraic Topology	Algebraic Topology	

4. Conclusiones

El título oficial de Licenciado en Matemáticas previo a la entrada en vigor del EEES ha sido objeto de un pormenorizado análisis a fin de establecer su posible correspondencia con alguno de los niveles del MECES. El análisis se sustenta en la comparación con los títulos oficiales de Máster Universitario en el ámbito de las matemáticas, así como con títulos similares de Estados Unidos, Francia y el Reino Unido.

La comparación realizada ha permitido constatar lo siguiente:

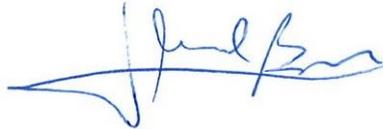
- No hay diferencias significativas entre la formación adquirida en ambos tipos de estudios, ya que los contenidos son equiparables y tanto la carga lectiva como las competencias específicas y generales que proporcionan las enseñanzas son sensiblemente similares.

- Ambos tipos de estudios producen los mismos efectos académicos: el acceso al nivel 4 del MECES (doctorado).
- La comparación con estudios similares impartidos por instituciones internacionales de enseñanza universitaria de referencia en el ámbito, avala el nivel de máster del título oficial de Licenciado en Matemáticas.

En consecuencia, se concluye que el título oficial de Licenciado en Matemáticas previos a la entrada en vigor del EEES se corresponde, sin ningún tipo de reserva, con el **nivel 3 del MECES**: Máster, tal y como se describe en el artículo 7 del Real Decreto 1027/2011, de 15 de julio.

Madrid, a 21 de abril de 2015

PROPONE:



José Manuel Bayod
PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE CIENCIAS
DEL PROYECTO MECES DE ANECA

APRUEBA

Rafael Van Grieken
EL DIRECTOR DE ANECA

Anexo de normativa y documentación

Normativa mencionada en este informe

Real Decreto 185/1985, de 23 de enero, por el que se regula el tercer ciclo de estudios universitarios, la obtención y expedición del título de Doctor y otros estudios postgraduados (BOE de 16 de febrero).

Real Decreto 1497/1987, de 27 de noviembre, por el que se establecen directrices generales comunes de los planes de estudio de los títulos universitarios de carácter oficial y validez en todo el territorio nacional (BOE de 14 de diciembre).

Real Decreto 1416/1990, de 30 de agosto, por el que se establece el título universitario oficial de Licenciado en Matemáticas y las directrices generales propias de los planes de estudios conducentes a la obtención de aquel (BOE de 20 de noviembre).

Real Decreto 1954/1994, de 30 de septiembre, sobre homologación de títulos a los del Catálogo de Títulos Universitarios Oficiales, creado por el Real Decreto 1497/1987, de 27 de noviembre (BOE de 17 de noviembre).

Real Decreto 778/1998, de 30 de abril, por el que se regula el tercer ciclo de estudios universitarios, la obtención y expedición del título de Doctor y otros estudios de postgrado (BOE de 1 de mayo).

Real Decreto 779/1998, de 30 de abril, por el que se modifica parcialmente el Real Decreto 1497/1987, de 27 de noviembre, por el que se establecen las directrices generales comunes de los planes de estudio de los títulos universitarios de carácter oficial validez en todo el territorio nacional, modificado parcialmente por los Reales Decretos 1267/1994, de 10 de junio; 2347/1996, de 8 de noviembre, y 614/1997, de 25 de abril (BOE de 1 de mayo).

Real Decreto 56/2005, de 21 de enero, por el que se regulan los estudios universitarios oficiales de Posgrado (BOE de 21 de octubre).

Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales (BOE de 30 de octubre).

Real Decreto 861/2010, de 2 de julio, por el que se modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales (BOE de 3 de julio).

Real Decreto 99/2011, de 28 de enero, por el que se regulan las enseñanzas oficiales de doctorado (BOE de 10 de febrero).

Real Decreto 1027/2011, de 15 de julio, por el que se establece el Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior (BOE de 3 de agosto).

Real Decreto 534/2013, de 12 de julio, por el que se modifican los Reales Decretos 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales; 99/2011, de 28 de enero, por el que se regulan las enseñanzas oficiales de doctorado; y 1892/2008, de 14 de noviembre, por el que se regulan las condiciones para el acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de grado y los procedimientos de admisión a las universidades públicas españolas (BOE de 13 de julio).

Real Decreto 96/2014, de 14 de febrero, por el que se modifican los Reales Decretos 1027/2011, de 15 de julio, por el que se establece el Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior (MECES), y 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales (BOE de 5 de marzo).

Real Decreto 967/2014, de 21 de noviembre, por el que se establecen los requisitos y el procedimiento para la homologación y declaración de equivalencia a titulación y a nivel académico universitario oficial y para la convalidación de estudios extranjeros de educación superior, y el procedimiento para la determinar la correspondencia a los niveles del Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior de los títulos oficiales de Arquitecto, Ingeniero, Licenciado, Arquitecto Técnico, Ingeniero Técnico y Diplomado (BOE de 22 de noviembre).

Real Decreto 43/2015, de 2 de febrero, por el que se modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales, y el Real Decreto 99/2011, de 28 de enero, por el que se regulan las enseñanzas oficiales de doctorado (BOE de 3 de febrero).

Otra normativa y documentación consultada

Real Decreto 1496/1987, de 6 de noviembre, sobre obtención, expedición y homologación de títulos universitarios (BOE de 14 de diciembre).

Real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en todo el territorio nacional (BOE de 18 de septiembre).

Libro Blanco del Título de Grado en Matemáticas. ANECA, 2004.

E. Outerelo Domínguez. *Evolución Histórica de la Licenciatura en Matemáticas (Exactas) de la Universidad Central*. Universidad Complutense de Madrid, 2009.

Planes de Estudios de los títulos de Licenciado en Matemáticas de las Universidades Autónoma de Barcelona, de Cantabria, de Santiago de Compostela y de Sevilla, por considerarlos representativos del conjunto de los títulos oficiales de Licenciado en Matemáticas.

Memorias de Verificación de los títulos de Master Universitario en:

- *Modelización para la Ciencia y la Ingeniería*, de la Universidad Autónoma de Barcelona;
- *Matemáticas y Computación*, de la Universidad de Cantabria;
- *Ingeniería Matemática*, de la Universidad de Santiago de Compostela;
- *Matemática Industrial*, de la Universidad de Santiago de Compostela;
- *Matemáticas*, de la Universidad de Santiago de Compostela
- *Matemáticas*, de la Universidad de Sevilla;

por considerarlos representativos del conjunto de títulos de máster de las matemáticas .

Planes de Estudios de los siguientes títulos de máster internacionales:

Estados Unidos:

- *Graduate Courses in Mathematics*, Harvard University.
- *Graduate Courses in Applied Mathematics*, Harvard University.

Reino Unido

- *Master of Mathematics / Master of Advanced Study*, Cambridge University.

Francia:

- *Master de Sciences et Technologies, Mention Mathématiques et Applications*, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6.